



Universidad Simón Bolívar

---

TERMODINÁMICA I TF-1121

*Problemario de Termo I*

Osmar Betancourt  
@BetancourtOsmar 16-10130@usb.ve

Sartenejas, Enero de 2020

## **PREFACIO**

Este problemario tiene como fin único facilitar el estudio de Termodinámicas I dada la dificultad de la materia, no es ninguna guía teórica o libro del curso, se recomienda estudiar la parte teórica relacionada a los problemas aquí presentados, una buena opción es la guía teórica de la Prof. Silvia Siquier.

Es necesario resaltar, que la mayoría de los problemas aquí realizados fueron propuestos por la profesora Silvia Siquier y por ende son de su autoría, también hay otros enunciados realizados por la profesora Sylvanna Derjani-Bayeh, el prof. David Fayes y el prof. Castillo.

En caso de encontrar algún error o inconveniente, notificar vía correo a 16-10130@usb.ve

Gracias al profesor David Fayes y a Julio Caverro por ayudarme con la resolución de todos estos ejercicios.

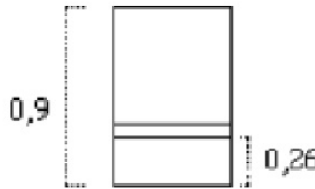
# Índice

Secciones	Página
<b>1. Primer parcial</b>	<b>3</b>
1.1. Problemas de propiedades de las sustancias puras . . . . .	3
1.2. Problemas con trabajo . . . . .	23
1.3. Recomendaciones para este parcial . . . . .	30
<b>2. Segundo parcial</b>	<b>31</b>
2.1. Primera ley: Problemas cilindro-pistón . . . . .	31
2.2. Primera ley: Ciclos . . . . .	42
2.3. Recomendaciones para este parcial . . . . .	52
<b>3. Tercer parcial</b>	<b>53</b>
3.1. Segunda ley: Problemas cilindro-pistón . . . . .	53
3.2. Segunda ley: Ciclos . . . . .	63

# 1. Primer parcial

## 1.1. Problemas de propiedades de las sustancias puras

1) Se tiene un dispositivo como el mostrado en la figura. El compartimiento A contiene 5 kg de agua y el compartimiento B 10 kg de *n*-butano. Inicialmente, el manómetro conectado al compartimiento A indica una presión de 0,75 MPa y el pistón se encuentra a una altura de 0,26 m (estado 1). Se calienta el agua hasta que el pistón llega a una altura de 0,3 m. En este momento el agua posee una calidad de 0,92 (estado 2). Determine los estados 1 y 2 ( $P, T, v, x$ ) en A y B. Datos adicionales:  $A_p = 1 \text{ m}^2$ ;  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;  $m_p = 0,5 \text{ kg}$ ;  $P_{atm} = 0,1 \text{ MPa}$ .



### Estado 1

Lo primero que haremos en este caso será identificar nuestro sistema, en este caso es el cilindro pistón que es un cuerpo rígido y se puede considerar de volumen constante, ya que el área del pistón es de  $1 \text{ m}^2$  y su altura es  $0,9 \text{ m}$  calcularemos el volumen total del cilindro y el volumen físico y específico de A y B en el estado 1, donde A corresponde a la parte de abajo del cilindro y B a la parte superior.

$$V_t = A_p h = 0,9 \text{ m}^3 ; V_{A1} = A_p h_{A1} = 0,26 \text{ m}^3 ; V_{B1} = A_p h_{B1} = 0,64 \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow \frac{V_{A1}}{m_{A1}} = \frac{0,26 \text{ m}^3}{5 \text{ kg}} = 0,052 \text{ m}^3/\text{kg}; \frac{V_{B1}}{m_{B1}} = \frac{0,64 \text{ m}^3}{10 \text{ kg}} = 0,064 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Nos dan la presión manométrica, así que la convertimos en presión absoluta para poder definir el estado termodinámico correctamente.

$$P_{abs} = P_{man} + P_{atm} = 0,75 + 0,1 = 0,85 \text{ MPa} = P_{A1}$$

Ahora realizaremos un balance de fuerzas sobre el pistón (que se encuentra en equilibrio) y dividiremos todo entre el área del pistón para que nos queden puras presiones en la expresión:

$$\sum F_p \equiv P_{B1} + \frac{m_p g}{A_p} - P_{A1} = 0 \Rightarrow P_{B1} = P_{A1} - \frac{m_p g}{A_p} = 0,85 \text{ MPa} - 5 \text{ Pa} = 0,85$$

Vamos a la tabla de saturación del agua a 850 kPa y obtenemos  $v_f = 0,001118 \text{ m}^3/\text{kg}$  y  $v_g = 0,22698 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow v_f < v_{A1} < v_g \Rightarrow MLV$  entonces nos encontramos en Mezcla Líquido Vapor y  $T_{A1} = T_{sat} = 172,96 \text{ }^\circ\text{C}$ . Procedemos a encontrar la calidad del estado.

$$x = \frac{v - v_f}{v_g - v_f} = \frac{0,052 - 0,001118}{0,22698 - 0,001118} = 0,2251$$

Entonces podemos definir completamente el estado A1: (850 kPa; 172,96 °C; 0,052  $\text{m}^3/\text{kg}$ ; 0,2251).

Ahora tenemos que definir el estado B1, para ello calcularemos la constante R para el *n*-butano y buscaremos la  $T_c$  y  $P_c$  del mismo.

$$R_{n\text{-butano}} = 0,143039 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg} ; T_c = 425,2 \text{ K}, P_c = 3,8 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow P_r = \frac{P}{P_c} = \frac{0,85}{3,8} = 0,2236$$

Utilizaremos el diagrama de compresibilidad para gases con  $z_c = 0,29$ , suponemos que el *n*-butano está en Vapor Sobrecalentado y que se encuentra fuera del domo de saturación, utilizaremos la ecuación de estado de gases ideales con factor de compresibilidad y plantearemos un algoritmo en el cual se suponga  $T_r$  y se lea una  $z$  hasta encontrar el valor real de  $v$ .

$$Pv = zRT \Rightarrow Pv = zRT_r T_c \Rightarrow v = \frac{zRT_r T_c}{P} = \frac{(0,143039)(425,2)zT_r}{850}$$

Ahora, supondremos  $T_r$ , leeremos el valor de  $z$  para el valor que poseemos de  $T_r$  y  $P_r$ , luego sustituiremos esos datos en la ecuación anteriormente planteada y obtendremos el valor de  $v$ , haremos esto hasta lograr acotar el valor real  $v$  en dos de los resultados obtenidos en nuestro proceso iterativo, luego interpolaremos para obtener el valor de  $T_r$  correspondiente a ese volumen específico.

Proceso Iterativo		
$T_r$	$z$	$v_{cal} [\text{m}^3/\text{kg}]$
0,8	0,82	0,04693887
0,85	0,86	0,052335357
0,9	0,89	0,057314078
0,95	0,92	0,062537458
1	0,95	0,067259966

Para la primera iteración, suponemos un valor de  $T_r$ , leemos el valor de  $z$  correspondiente de  $z$  según el diagrama de compresibilidad y sustituimos en la ecuación ya mencionada. De allí obtenemos el valor  $v$ ; de este cuadro, realmente sólo nos interesan las dos últimas iteraciones, que son las que acotan al valor del volumen específico ( $0,064 \text{ m}^3/\text{kg}$ )

Detenemos las iteraciones y procedemos a interpolar para obtener lo siguiente:

$$T_r = 0,96548 \Rightarrow T_{B1} = 410,5237 \text{ K} = 137,37^\circ\text{C}$$

$$\therefore B1: (850 \text{ kPa}; 137,37^\circ\text{C}; 0,064 \text{ m}^3/\text{kg}; -).$$

## Estado 2

$$x_{A2} = 0,92; h = 0,3 \text{ m} \Rightarrow V_{A2} = 0,3 \text{ m}^3 \Rightarrow v_{A2} = \frac{V_{A2}}{m_A} = 0,06 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Ya que la calidad es bastante alta y por lo general  $v_g \gg v_f$  realizamos la siguiente aproximación  $\Rightarrow v = (1-x)v_f + xv_g \approx xv_g \Rightarrow v_g \approx \frac{v}{x} = 0,06521739 \text{ m}^3/\text{kg}$

Procedemos a interpolar en la tabla de saturación para hallar los valores correspondientes de  $P_{sat}$  y  $T_{sat}$  para dicho valor de  $v_g$  (esto se debe a que nos encontramos en MLV y por ende la temperatura y presión corresponden a las de saturación). Interpolamos con dicho  $v_g$  y obtenemos:  $T_{A2} = 235,127^\circ\text{C}$  y  $P_{A2} = 3067,335 \text{ kPa}$ .

Ya hemos definido completamente el estado 2 para el compartimiento A, por el balance de fuerzas en el pistón que realizamos durante el estado 1 sabemos que  $P_{B2} \approx P_{A2} = 3,067 \text{ MPa}$  y  $V_{B2} = 0,6 \text{ m}^3 \Rightarrow v_{B2} = 0,06 \text{ m}^3/\text{kg}$ . Realizaremos exactamente el mismo procedimiento que en el estado anterior para determinar la  $T_r$ , se utilizará el mismo algoritmo suponiendo  $T_r$  hasta hallar dos valores que acoten al real de  $v_{B2}$  y de allí interpolar. La ecuación a utilizar será la siguiente:

$$Pv = zRT \Rightarrow v = \frac{zRT_r T_c}{P} = \frac{(425,2)(0,143039)T_r z}{3067,330} \text{ y } P_r = \frac{P}{P_c} = \frac{3,067}{3,8} = 0,8071$$

Proceso Iterativo		
$T_r$	$z$	$v_{cal} [\text{m}^3/\text{kg}]$
1,0	0,65	0,01288446
1,2	0,83	0,019749065
2	0,9	0,035694923
5	1,01	0,100133152

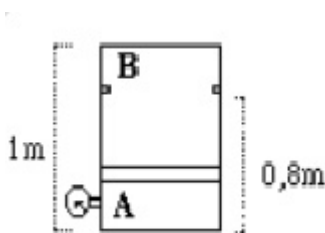
Sabemos que está en VSC por estar fuera del domo de saturación del diagrama de compresibilidad y luego de interpolar obtenemos que  $T_r = 3,1375 \Rightarrow T_{B2} = 1058,66 \text{ }^\circ\text{C}$ .

$\therefore$  A2: (3067,355 kPa; 235,127  $^\circ\text{C}$ ; 0,06  $\text{m}^3/\text{kg}$ ; 0,92) y B2: (3067,35 kPa; 1058,66  $^\circ\text{C}$ ; 0,06  $\text{m}^3/\text{kg}$ ; -).

2) Se dispone de un sistema como el mostrado en la figura. En el compartimiento A hay 2 kg de agua y en B 1,5 kg de nitrógeno. Ambos compartimientos están separados por un pistón adiabático. Inicialmente el pistón se encuentra a 0,4 m del fondo, en el compartimiento A la temperatura es de 165  $^\circ\text{C}$  y el manómetro indica una presión de 600,5 kPa (estado 1). Se calienta el compartimiento A hasta que el pistón alcance una altura de 0,6 m; momento en que la calidad del agua es de 0,8 (estado 2). Se sigue calentando el sistema hasta que la temperatura en A es de 1200  $^\circ\text{C}$  y en B es de 300 K (estado 3). Determine:

- Los estados 1,2 y 3 del agua (P,T,v,x,fase) y la altura del estado 3
- Los estados 1 y 3 del nitrógeno.

Datos adicionales:  $A_p = 0,2 \text{ m}^2$ ;  $m_p = 10 \text{ kg}$ ;  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  y  $P_{atm} = 100 \text{ kPa}$ .



### Estado 1

Al igual que en el problema anterior, analizamos el tipo de sistema que poseemos, es un sistema cerrado que se puede considerar como un cuerpo rígido y por ende su volumen es constante, el grosor del pistón se desprecia; procedemos a calcular el volumen total del cilindro y del compartimiento A y B en este estado:

$$V_{A1} = h \cdot A_p = (0,4)(0,2) = 0,08 \text{ m}^3 \Rightarrow v_{A1} = \frac{V_{A1}}{m_A} = 0,04 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$V_{B1} = (1 - h) \cdot A_p = (0,6)(0,2) = 0,12 \text{ m}^3 \Rightarrow v_{B1} = \frac{V_{B1}}{m_B} = 0,08 \text{ m}^3/\text{kg} ;$$

$$V_T = V_A + V_B = 0,2 \text{ m}^3$$

Nos dieron presión manométrica, debemos de convertirla en presión absoluta y luego realizaremos un balance de fuerzas sobre el pistón.  $P_{A1} = P_{man} + P_{atm} = 600,5 + 100 = 700,5 \text{ kPa}$

Ahora realizamos un balance de fuerzas sobre el pistón para obtener lo siguiente:

$$\sum F_p \equiv P_{B1}A_p + m_p g = P_{A1}A_p \Rightarrow P_{B1} = P_{A1} - \frac{m_p g}{A_p} = 700,5 - 0,45 = 700 \text{ kPa}$$

Ya tenemos  $P_{A1}$  y  $P_{B1}$ . Vayamos a la tabla de saturación del agua para definir A; notamos que a esa P,  $v_f = 0,001108 \text{ m}^3/\text{kg}$  y  $v_g = 0,27286 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow v_f < v < v_g \Rightarrow \text{MLV}$  y  $T_{A1} = T_{sat} = 165 \text{ }^\circ\text{C}$

Calculemos la calidad para terminar de definir el estado A1:

$$x = \frac{v - v_f}{v_g - v_f} = 0,1432 \Rightarrow \text{A1: } (700,5 \text{ kPa}; 165 \text{ }^\circ\text{C}; 0,04 \text{ m}^3/\text{kg}; 0,1432; \text{MLV})$$

Para B, buscamos en la tabla de saturación del nitrógeno y observamos que  $v > v_g \Rightarrow \text{VSC}$ . Entonces nos vamos a la tabla de vapor sobrecalentado del nitrógeno y debemos de realizar una doble interpolación, realizamos las dos primeras interpolaciones para obtener lo siguiente:

$$\begin{cases} T = 200 \text{ K} & P = 700 \text{ kPa} & v = 0,085295 \text{ m}^3/\text{kg} \\ T = 180 \text{ K} & P = 700 \text{ kPa} & v = 0,076215 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$

$$\Rightarrow T = 188,68 \text{ K} = -84,5 \text{ }^\circ\text{C}; P = 700 \text{ kPa}; v = 0,08 \text{ m}^3/\text{kg}; \text{VSC.}$$

## Estado 2

Poseemos la altura a la cual se encuentra el pistón y como la masa es constante (un sistema cerrado), podemos calcular el volumen específico del agua, además que nos dan la calidad, así que sabemos que se encuentra en MLV. Definamos el estado 2 para el agua

$$V_{A2} = h \cdot A_p = 0,12 \text{ m}^3 \Rightarrow v_{A2} = \frac{V_{A2}}{m_A} = 0,06 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Al igual que en el ejercicio anterior, utilizaremos la aproximación:

$$v = (1 - x)v_f + xv_g \approx xv_g \Rightarrow v_g = \frac{v}{x} = 0,075 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Ahora interpolaremos de la tabla de saturación del agua para obtener la presión y temperatura de saturación.



A2: (2672,55 kPa; 227,525 °C; 0,06 m<sup>3</sup>/kg; 0,8; MLV)

*Nota:* Existe un método alternativo para resolver esto (y mucho más exacto) el cual consiste en utilizar el valor obtenido de  $v_g$  como un valor "semilla." iniciar un tanteo suponiendo alguna T o P y leer en la tabla los valores de  $v_g$  y  $v_f$ , calcular la calidad con dichos volúmenes e iterar hasta obtener valores que acoten a la calidad real (0,8) y de allí interpolar para obtener un valor fidedigno de la T y P. La resolución por este método se deja como ejercicio al lector.

### Estado 3

De este estado sólo poseemos las temperaturas de ambos compartimientos, así que necesitamos otra propiedad termodinámica para poder definir ambos estados, es necesario hacer una suposición, ya que nos dicen que la temperatura final del agua es bastante elevada en comparación a la del nitrógeno y teniendo en cuenta la altura del estado 2 (y la T del agua) podemos suponer que el pistón ha llegado a los topes y por ende  $h = 0,8$  m. Calculemos los volúmenes con esta suposición y procedamos a definir los estados para corroborar si todo tiene sentido y la suposición fue acertada.

$$V_{B3} = (1 - h) \cdot A_p = 0,04 \text{ m}^3 \Rightarrow v_{B3} = \frac{V_{B3}}{m_B} = 0,0266 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Observamos que a esa T  $v > v_g \Rightarrow$  VSC y procedemos a interpolar para obtener  $P_{B3} = 3343,50$  kPa.

Realizaremos el mismo procedimiento con A para determinar el estado termodinámico y ver si tiene sentido lo que hemos hecho hasta ahora

$$V_{A3} = h \cdot A_p = 0,16 \text{ m}^3 \Rightarrow v_{A3} = \frac{V_{A3}}{m_A} = 0,08 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Al observar la tabla de saturación, notamos que esa T no se encuentra y que estamos en VSC; así que vamos a la tabla de vapor sobrecalentado del agua e interpolamos para obtener la presión, siendo el resultado:  $P_{A3} = 8575,29$  kPa; al tener esta presión, notamos que  $P_{A3} > P_{B3}$  lo cual tiene sentido, ya que los topes ejercen la diferencia de presión necesaria para que el pistón se mantenga en esa posición. Entonces concluimos que nuestra suposición fue acertada y que definimos correctamente los estados termodinámicos A3 y B3

A3: (8575,29 kPa; 1200 °C; 0,08 m<sup>3</sup>/kg; - ; VSC)

B3: (3343,50 kPa; 300 K; 0,0266 m<sup>3</sup>/kg; - ; VSC).

3) Considere un arreglo cilindro-pistón el cual contiene 40 gramos de agua a una temperatura de 450 °C y una presión de 7,8 MPa (estado 1). Se retira calor del sistema hasta que el pistón se encuentra a 30 cm medidos respecto a la base del cilindro (estado 2). Se continua retirando calor hasta que el sistema alcanza una temperatura de 150 °C.

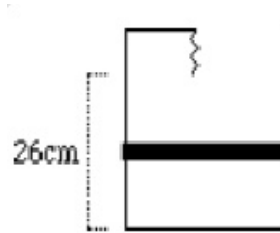
a) Defina el estado inicial e indique la altura a la cual se encuentra el pistón

b) Defina el estado 2

c) Defina el estado 3 e indique dónde se encuentra el pistón.

Datos adicionales: constante de elasticidad del resorte: 0,997 kN/m;  $A_p = 0,0005 \text{ m}^2$ ;  $P_{atm} = 0,1 \text{ MPa}$ .

**NOTA:** El resorte no está soldado al pistón, por lo que se encuentra libre a 26 cm



## Estado 1

Lo primero que haremos será definir completamente el estado 1, para ello vamos a la tabla de saturación de agua (entrando por presión) y notamos que  $T > T_{sat} \Rightarrow$  VSC; así que nos dirigimos a la tabla de vapor sobrecalentado e interpolamos para obtener el volumen específico:  $v_1 = 0,039567 \text{ m}^3/\text{kg}$ . Con este dato (y teniendo la masa) podemos calcular el volumen físico inicial y con el área del pistón obtener la altura a la cual se encuentra.

$$v_1 = \frac{V_1}{m} \Rightarrow V_1 = 0,00158268 \text{ m}^3; V_1 = h \cdot A_p \Rightarrow h = \frac{V_1}{A_p} = 3,16 \text{ m}$$

Aunque no nos lo pidan, debemos de calcular la masa del pistón porque probablemente la necesitemos para definir los otros estados del problema, la elongación del resorte será la siguiente:  $\Delta x = (3,16 - 0,26) = 2,90 \text{ m}$ . Entonces realizamos un balance de fuerzas sobre el pistón para despejar la masa del mismo.

$$\sum F_p \equiv P_{H_2O}A_p = P_{atm}A_p + Kx + m_p g \Rightarrow m_p = \frac{P_{H_2O}A_p - P_{atm}A_p - Kx}{g} = 95,87 \text{ kg}$$

A1: (7,8 MPa; 450 °C; 0,039567  $\text{m}^3/\text{kg}$ ; - ; VSC).

## Estado 2

Ya que estamos en un sistema cerrado, sabemos que la masa es constante, así que al poseer la altura, poseemos el volumen físico y por ende el volumen específico; luego, haremos un balance de fuerzas sobre el pistón para obtener la presión del agua en este estado y así podremos definir el resto de las propiedades termodinámicas.

$$V_2 = h \cdot A_p = 0,00015 \text{ m}^3 \Rightarrow v_2 = \frac{V_2}{m} = 0,00376 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\sum F_p \equiv P_{H_2O} A_p = P_{atm} A_p + Kx + m_p g \Rightarrow P_{H_2O} = P_{atm} + \frac{Kx + m_p g}{A_p} = 2,13716 \text{ MPa}$$

Interpolamos para obtener  $T_{sat}$ ,  $v_f$  y  $v_g$  para esa  $P$ , lo cual resulta en:  $T_{sat} = 215,73$  °C;  $v_f = 0,0011824864 \text{ m}^3/\text{kg}$  y  $v_g = 0,0936608 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow v_f < v < v_g \Rightarrow$  MLV y por ende  $T_2 = T_{sat} = 215,73$  °C. Debemos de calcular la calidad.

$$x = \frac{v - v_f}{v_g - v_f} = 0,02787 \Rightarrow \text{A2: } (2,13716 \text{ MPa; } 215,73 \text{ °C; } 0,00376 \text{ m}^3/\text{kg; } - ; \text{ VSC}).$$

## Estado 3

En este estado sólo poseemos la temperatura, ya que la temperatura es considerablemente menor a la del estado pasado y allí se encontraba a 30 cm, suponemos que está a una altura y menor a 26 cm, de modo que el resorte no ejerce fuerza y es posible calcular la presión por un balance de fuerzas sobre el pistón (De ser errada esta suposición llegaríamos a una incongruencia física y habría que plantear otra posibilidad).

$$\sum F_p \equiv P_{H_2O} A_p = m_p g + P_{atm} A_p \Rightarrow P_{H_2O} = P_{atm} + \frac{m_p g}{A_p} = 2,02 \text{ MPa}$$

Vamos a la tabla de saturación del agua y notamos que a esa  $T$ ,  $P_{sat} = 475,9 \text{ kPa} \Rightarrow P > P_{sat} \Rightarrow$  LC. Entonces nos dirigimos a la tabla de líquido comprimido y es necesario realizar una doble interpolación para obtener el volumen específico; resultando en lo siguiente:

$$\begin{cases} T = 140 \text{ °C} & P = 2020 \text{ kPa} & v = 0,00106788 \text{ m}^3/\text{kg} \\ T = 160 \text{ °C} & P = 2020 \text{ kPa} & v = 0,00108886 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{A3: } (T = 150 \text{ °C; } P = 2020 \text{ kPa; } v = 0,00107824 \text{ m}^3/\text{kg; } - ; \text{ LC}).$$

Finalmente, calculamos la altura del estado 3, como poseemos el volumen específico y la masa de agua; calculamos el volumen físico y despejamos la altura.

$$V_3 = v_3 \cdot m = 0,000043129 \text{ m}^3 \Rightarrow V_3 = h \cdot A_p \Rightarrow h = 0,0862592 \text{ m}$$

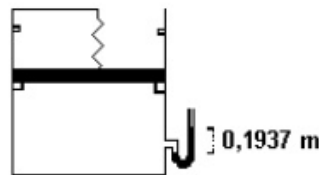
4) Considere un arreglo cilindro-pistón el cual contiene 40 kg de agua con una calidad del 50% , el pistón descansa sobre los topes y el resorte no ejerce ninguna fuerza.

a) Defina el estado inicial.

b) Se transmite calor hasta que la temperatura es de 125°C en donde comienza a elevarse el pistón. Determine el estado.

c) Se sigue calentando hasta una temperatura de 386 °C, llegando justo el pistón a los topes, determinar la presión y el volumen.

d) Se continúa calentando hasta una temperatura de 800 °C. Determinar la presión. Datos adicionales: constante de elasticidad del resorte: 0,1 kN/m;  $A_p = 0,05 \text{ m}^2$ ; densidad del líquido manométrico:  $13600 \text{ kg/m}^3$ ;  $P_{atm} = 0,1 \text{ MPa}$ ;  $m_p = 667,2 \text{ kg}$ ; altura del líquido manométrico: 0,1937 m.



## Estado 1

Lo primero que haremos será determinar la presión del agua, esto a través de la presión el fluido manométrico.

$$P_1 = P_{atm} + h_{man} \rho_{Hg} g = 100 + 25,816 = 125,816 \text{ kPa}$$

Ya que nos dan calidad sabemos que el agua se encuentra en MLV. Entonces interpolaremos para obtener  $v_g$ ,  $v_f$  y  $T_{sat}$  a esa presión; obteniendo:  $T_1 = T_{sat} = 106,115 \text{ °C}$ ;  $v_f = 0,001048115 \text{ m}^3/\text{kg}$  y  $v_g = 1,371668 \text{ m}^3/\text{kg}$ .

$$v_1 = (1 - x)v_f + xv_g = 0,6863581 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow V_1 = v_1 \cdot m = 27,454 \text{ m}^3$$

## Estado 2

Poseemos la temperatura de este estado, ya que el pistón recién comienza a elevarse el pistón podemos decir que se encuentra en equilibrio y es posible realizar un balance de fuerzas para determinar la presión del agua. El volumen físico es el mismo y ya que la masa es constante, entonces el volumen específico permanece constante.

$$\sum F_p \equiv P_2 A_p = P_{atm} A_p + m_p g \Rightarrow P_2 = P_{atm} + \frac{m_p g}{A_p} = 230,77 \text{ kPa}$$

Notamos que  $P \approx P_{sat}$  pero que por algún error de cálculo no dio igual y al observar la tabla obtenemos que:  $v_f = 0,001065 \text{ m}^3/\text{kg}$  y  $v_g = 0,77059 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow v_f < v < v_g \Rightarrow \text{MLV}$ . Calculemos la calidad.

$$x = \frac{v - v_f}{v_g - v_f} = 0,891$$

Antes de definir el tercer estado, calculemos la altura a la cual se encuentran los topes inferiores:

$$h_{inf} = \frac{V_2}{A_p} = 549,0864 \text{ m}$$

### Estado 3

En este estado sólo poseemos temperatura y nos dicen que justo toca los topes superiores, entonces sabemos que el pistón se encuentra en equilibrio, por lo que de hacer un balance de fuerzas sobre el pistón, la sumatoria es igual a 0. Ya que no poseemos mayor información debemos de realizar un tanteo para determinar la presión del agua; lo primero que haremos será reescribir el desplazamiento ( $\Delta x$ ) en diferencia de volumen y sustituir eso en el balance de fuerzas sobre el pistón.

$$\Delta x A_p = \Delta V \Rightarrow \Delta x = \frac{v_3 m - 27,454}{A_p}$$

Ahora, el algoritmo para el tanteo será el siguiente: colocaremos todos los términos del balance de fuerzas del pistón en función de  $v_3$  y  $P_3$ ; luego supondremos un valor de  $P_3$ , con ese valor de la presión (y el de la temperatura que ya poseemos), leeremos el valor de  $v_3$ , sustituiremos estos valores en la ecuación del balance de fuerza y veremos si se cumple la desigualdad (igualando la expresión a 0); repetiremos el proceso tantas veces como sea necesario hasta conseguir un cambio de signo en el resultado final de la expresión, entonces interpolaremos (a 0) para hallar la respuesta de nuestro tanteo.

$$\sum F_p \equiv P_3 = P_{atm} + \frac{m_p g + K \Delta x}{A_p} = P_{atm} + \frac{m_p g}{A_p} + \frac{v_3 m k - 27,454 k}{A_p^2}$$

$$\Rightarrow f = \frac{v_3 m k}{(A_p)^2} - \frac{27,454 k}{(A_p)^2} + P_{atm} + \frac{m_p g}{A_p} - P_3 =$$

$$\frac{(40)(0,1)v_3}{(0,05)^2} - \frac{(27,454)(0,1)}{(0,05)^2} + 100 \text{ kPa} + 130,77 \text{ kPa} - P_3$$

Ya que la calidad anterior era muy cercana a 1 y estábamos a una temperatura mucho menor, iniciaremos el tanteo con presiones a las cuales el agua se encontraría en VSC, aplicamos el algoritmo planteado e iniciamos a iterar.

Tanteo		
$P_{supuesta}$ [kPa]	$v_{cal}$ [ $m^3/kg$ ]	f
400	1,0096392	348,0327
500	0,6008352	-406,05368

Interpolamos y obtenemos que  $P_3 = 446,152 \text{ kPa}$  y  $v_3 = 0,820964 \text{ m}^3/kg$ . Definiendo así completamente el estado 3 (Está en VSC).

**Nota:** No es recomendable que haya una diferencia tan grande en el cambio de signos (mientras más pequeña, más exacto será el resultado), pero en este caso sólo podíamos tomar esas 2 presiones.

## Estado 4

El  $v$  se mantiene constante, por lo cual poseemos  $T_4 = 800 \text{ }^\circ\text{C}$  y  $v_4 = 0,820964 \text{ m}^3/kg$ ; se encuentra en VSC, vamos a la tabla de vapor sobrecalentado e interpolamos para obtener  $P_4 = 603,426 \text{ kPa}$ .

5) Se tiene un tanque dividido en dos compartimientos A (helio) y B (amoníaco) por un pistón de masa 5 kg; cuya área es  $0,1 \text{ m}^2$ . El recipiente mide 40 cm de altura y el pistón está en la mitad. En la parte superior del compartimiento A se encuentra suspendido un resorte de 0,15 m de longitud y una constante elástica de 15 N/mm. En el estado inicial, la presión del helio es 0,2 MPa y la temperatura  $60 \text{ }^\circ\text{C}$ , mientras que el amoníaco tiene una calidad del 60%. Se calienta el compartimiento B y se enfría el A hasta que el pistón alcance una altura de 0,3 m; momento en el cual la temperatura del amoníaco es de  $100 \text{ }^\circ\text{C}$  (estado 2). Se

fija ahora el pistón con una clavija y se detiene el calentamiento. Se abre en este momento la válvula del tanque inferior, dejando salir 20 g de amoníaco. Al final de la operación y después de haber enfriado de nuevo el amoníaco, la calidad de B es del 85 % (estado 3). Calcule:

- La masa del helio y amoníaco en el estado 1.
- La temperatura del helio en el estado 2.
- La temperatura final del amoníaco en el estado 3.

## Estado 1

Lo primero que haremos será ver si el Helio se comporta como gas ideal, para ello veremos dónde se encuentra ubicado en el diagrama de compresibilidad con su presión y temperatura reducida (recordando que el  $z_c$  del helio  $\approx 0,29$ . Entonces busquemos sus propiedades críticas:  $T_c = 5,19$  K y  $P_c = 0,227$  MPa;  $R_{He} = 2,077$  kJ/K·kg. Hallemos las propiedades reducidas.

$$T_r = \frac{T}{T_c} = 64,19 \text{ y } P_r = \frac{P}{P_c} = 0,88$$

Notamos que para dichos valores  $z \approx 1$  entonces tomamos al helio como gas ideal para este estado y utilizamos la ecuación de estado de los mismos para determinar su volumen específico.

$$P_{A1}v_{A1} = R_{He}T_{A1} \Rightarrow v_{A1} = \frac{R_{He}v_{A1}}{P_{AQ1}} = 3,45976 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Calculemos la masa inicial de Helio, ya que tenemos la altura (0,2 m) y el área del pistón, podemos determinar el volumen físico y con el volumen específico obtener la masa.

$$V_{A1} = (0,4 - h) \cdot A_p = 0,02 \text{ m}^3 \Rightarrow m_A = \frac{V_{A1}}{v_{A1}} = 0,00578075 \text{ kg}$$

Ya que el pistón se encuentra en equilibrio dinámico, es posible determinar la presión del amoníaco en el estado 1 haciendo un balance de fuerzas

$$\sum F_p \equiv P_{B1} = P_{A1} + \frac{m_p g}{A_p} = 200,49 \text{ kPa} \approx 200,5 \text{ kPa}$$

Ahora que poseemos la presión, nos dirigimos a la tabla de saturación del amoníaco y como nos dan calidad sabemos que se encuentra en MLV; así que interpolaremos para obtener:  $T_{sat} = T_{B1} = -18,882$  °C,  $v_f = 0,00150735$  m<sup>3</sup>/kg y  $v_g = 0,597654$  m<sup>3</sup>/kg

$$v = (1 - x)v_f + xv_g = 0,35922 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow m_B = \frac{V_{B1}}{v_{B1}} = 0,055676 \text{ kg}$$

## Estado 2

Teniendo la temperatura del amoníaco y su volumen físico (la masa es constante); podemos determinar el volumen específico y calcular la presión a la cual se encuentra el amoníaco en el estado 2.  $V_{B2} = h \cdot A_p = 0,03 \text{ m}^3 \Rightarrow v_{B2} = 0,5388318 \text{ m}^3/\text{kg}$ . Vamos a la tabla de saturación del amoníaco y notamos que  $v_Z > v_g \therefore$  VSC y nos dirigimos a la tabla de vapor sobrecalentado; interpolamos y obtenemos que:  $P_{B2} = 339,731 \text{ kPa}$ .

Ahora, sabiendo que  $h = 0,3 \text{ m} \Rightarrow \Delta x = 0,05 \text{ m}$ . Convirtamos las unidades de la constante de elasticidad del resorte y hagamos un balance de fuerzas sobre el pistón (se encuentra en equilibrio dinámico) y calculemos la presión del Helio.  $15 \text{ N/mm} = 15 \text{ kN/m}$ .

$$\sum F_p \equiv P_{A2} + \frac{K \Delta x}{A_p} + \frac{m_p g}{A_p} = P_{B2} \Rightarrow P_{A2} = 331,74 \text{ kPa}$$

Aplicamos la ecuación de estado de gases ideales (suponiendo que la T es lo suficientemente alta para que  $z \approx 1$ ) y despejaremos la  $T_{A2}$ ; recordando que poseemos el volumen físico ( $0,1 \text{ m}^3/\text{kg}$ ) y la masa es constante.

$$v_{A2} = \frac{V_{A2}}{m_A} = 1,72988 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow P_{A2} v_{A2} = R_{He} T_{A2} \Rightarrow T_{A2} = \frac{P_{A2} v_{A2}}{R_{He}} = 276,30 \text{ K}$$

## Estado 3

Perdemos masa, así que  $m_{NH_3} = 55,676 - 20 = 35,676 \text{ g} = 0,035676 \text{ kg}$  y con el volumen físico podemos calcular el volumen específico.

$$v_{B3} = \frac{V_{B3}}{m_{NH_3}} = 0,8409 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Al igual que en ejercicios anteriores, haremos una aproximación, ya que por lo general  $v_g \gg v_f$  y  $v = (1 - x)v_f + xv_g \approx xv_g \Rightarrow v_g \approx \frac{v}{x} = 0,9893 \text{ m}^3/\text{kg}$ .

Buscamos en la tabla de saturación del amoníaco e interpolamos para obtener la  $T_{sat}$  correspondiente a ese  $v_g$  ya que hay calidad  $\therefore$  el amoníaco está en MLV  $\Rightarrow T_{sat} = T_{B3} = -30,512 \text{ }^\circ\text{C} = 242,638 \text{ K}$



- 6) Un automovilista equipa los neumáticos de su vehículo con una válvula de seguridad, de manera que la presión interior (manométrica) nunca exceda de 240 kPa. Inicia un viaje con una presión de 200 kPa y una temperatura de 23 °C en el aire de los neumáticos. Durante el prolongado viaje la temperatura de los neumáticos alcanza 83 °C. Cada uno de ellos contiene 0,11 kg de aire. Determine:
- La masa de aire que escapa de cada neumático.
  - Temperatura a la cual comienza a salir el aire.
  - Presión de los neumáticos cuando la temperatura vuelve a 23 °C.
- Datos adicionales:  $T_c = 123,5$  k;  $P_c = 3,77$  MPa;  $MM = 28,96$  g/mol.

Lo primero que haremos será calcular la  $R_{air}$  la cual es 0,2870 kJ/K·kg. Ya que el aire se puede considerar como gas ideal, utilizamos la ecuación de estado de éstos para calcular el volumen específico y con la masa saber el volumen físico. Recordando que  $P_{abs} = P_{man} + P_{atm} = 300$  kPa.

$$P_1 v_1 = R_{air} T_1 \Rightarrow v_1 = \frac{R_{air} T_1}{P_1} = 0,28342 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Ahora volvemos a calcular la masa pero con la segunda temperatura dada, asumiendo que el volumen físico de los neumáticos es constante, obtenemos:

$$PV = m R_{air} T \Rightarrow m = \frac{PV}{R_{air} T} = 0,103665907 \text{ kg}$$

$$\Rightarrow m_{perdida} = 0,11 - 0,103665907 = 0,00633 \text{ kg}$$

Para la pregunta b; utilizaremos la presión máxima (340 kPa) y el volumen específico inicial, así sabremos exactamente a qué temperatura comienza a perder masa.

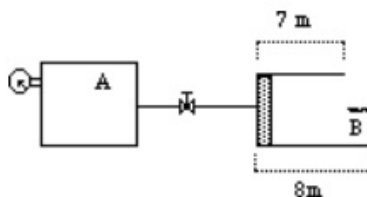
$$P_{max} v = R_{air} T_{sal} \Rightarrow T_{sal} = \frac{P_{max} v}{R_{air}} = 335,64 \text{ K}$$

Finalmente, para la pregunta c, utilizaremos el volumen específico obtenido luego de activar la válvula de seguridad, suponiendo que luego de alcanzar los 83 °C, la temperatura baje inmediatamente hasta llegar a los 23 °C que dice el enunciado.

$$P_f V = m_f R_{air} T_1 \Rightarrow P_f = \frac{m_f R_{air} T_1}{V} = 282,72 \text{ kPa} \Rightarrow P_{man} = 182,72 \text{ kPa}$$

7) Se tiene un dispositivo conformado por un tanque de  $1,5 \text{ m}^3$  conectado mediante una válvula a un cilindro dispuesto horizontalmente y abierto a la atmósfera de área transversa  $0,3 \text{ m}^2$ . El cilindro posee en el extremo izquierdo un pistón de masa  $20 \text{ kg}$  y en el extremo derecho un resorte ( $K=0,05 \text{ kN/m}$ ) que se encuentra a  $7 \text{ m}$  de la base. El tanque contiene  $111 \text{ kg}$  de  $n$ -butano con una calidad del  $25 \%$  (estado 1). A continuación el tanque se calienta hasta  $300 \text{ }^\circ\text{C}$  (estado 2), en este momento se abre la válvula y se dejan fluir  $2,5 \text{ kg}$  de  $n$ -butano hacia el pistón de manera isotérmica (estado 3). Se cierra la válvula. Calcule:

- Presión y temperatura del  $n$ -butano en el tanque en el estado 1.
- Longitud que se desplaza el pistón en el estado 3.
- Lectura del manómetro Bourdon en el estado 3.



### Estado 1

Lo primero que notamos es que el butano no se encuentra en las tablas de saturación, así que tendremos que utilizar el diagrama de compresibilidad. Poseemos calidad, así que sabemos que se encuentra dentro del domo de saturación del diagrama; poseemos la masa y el volumen físico, así que calculemos el volumen específico.

$$v_{A1} = \frac{V_A}{m_{A1}} = 0,013513512 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Ahora debemos de buscar las propiedades críticas del butano (recordando que su  $z_c \approx 0,29$ ), las cuales son:  $T_c = 425,2 \text{ K}$ ;  $P_c = 3800 \text{ kPa}$ ;  $R_{C_4H_{10}} = 0,1430 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}$ . Además, sabemos que  $z = (1 - x)z_f + xz_g$ . Entonces tendremos que realizar un tanteo para determinar  $P_r$  y  $T_r$ . Plantearemos la ecuación de estado de gases ideales con factor de compresibilidad.

$$P_{A1}v_{A1} = zR_{C_4H_{10}}T_{A1} \Rightarrow v_{A1} = \frac{zR_{C_4H_{10}}T_rT_c}{P_rP_c} = \frac{zT_r(0,1430)(425,2)}{P_r(3800)}$$

Debemos definir el algoritmo a seguir para realizar el tanteo, el cual consistirá en suponer una  $P_r$  y leer la  $T_r$  a la cual se encuentra dentro del domo de saturación del diagrama de compresibilidad, luego con la fórmula de la calidad y el factor de compresibilidad " $z = (1 - x)z_f + xz_g$ ". Obtenemos el valor de  $z$ , para ello debemos de

leer los valores de  $z_f$  y  $z_g$  correspondientes al  $T_r$  supuesto. Una vez tengamos todos estos datos, los sustituiremos en la expresión ya planteada y obtendremos el valor "supuesto" de  $v_{A1}$  y compararemos con el valor real, repetiremos este procedimiento hasta lograr acotar nuestro valor real entre dos valores supuestos. Iniciemos con el proceso iterativo.

Proceso iterativo			
$T_r$	$P_r$	$z$	$v_{cal} [m^3/kg]$
0,7	0,1	0,24	0,026881591
0,8	0,25	0,2375	0,01216072

Ya tenemos dos valores que acotan a nuestro volumen ( $0,013513513 m^3/kg$ ) y lo que haremos será interpolar con dicho valor y la  $T_r$ ,  $P_r$  correspondientes, para obtener los valores de  $T_r$  y  $P_r$  que nos interesan. Entonces interpolamos y obtenemos que:  $T_r = 0,790810 \Rightarrow T_{A1} = 336,25 \text{ K}$ ;  $P_r = 0,236215 \Rightarrow P_{A1} = 897,62 \text{ kPa}$ .

### Estado 3

Para responder la pregunta b no es necesario definir el estado 2, así que iremos directamente al estado 3. Ya que sólo entran 2,5 kg y el pistón se detiene en algún momento, supongamos que éste no toca al resorte y por ende podemos hacer un balance de fuerzas sobre el pistón obteniendo  $P_{B3} = P_{atm} = 100 \text{ kPa} \Rightarrow T_r = 1,35$  y  $P_r = 0,027$ . Al revisar el digrama de compresibilidad notamos que  $z \approx 0,98$ . Por lo cual usaremos la ecuación de estado de los gases ideales para determinar el volumen específico.

$$P_{B3}v_{B3} = zR_{C_4H_{10}}T_{B3} \Rightarrow v_{B3} = \frac{zR_{C_4H_{10}}T_{B3}}{P_{B3}} = 0,80321241 m^3/kg$$

$$\Rightarrow V_{B3} = v_{B3} \cdot m_{B3} = 2,008031025 m^3$$

Con el volumen físico (y teniendo el área transversal) podemos calcular la distancia que se desplazó el pistón desde la base del cilindro.

$$V_{B3} = A_T \cdot \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{V_{B3}}{A_T} = 6,6934 \text{ m}$$

Como vemos, el desplazamiento es menor que 7 metros, por ende nuestra suposición fue acertada y ya hemos respondido la pregunta b. Para la pregunta c calculamos el  $v_{A3}$  con la masa que quedó dentro del tanque (recordemos que el tanque es un cuerpo rígido y por ende su volumen físico es constante) y sabemos que la  $T_{A3} = 300 \text{ °C}$ . Así que probablemente tengamos que realizar un tanteo para obtener  $P_{A3}$ .

$$m_{A3} = 111 - 2,5 = 108,5 \text{ kg} \Rightarrow v_{A3} = \frac{V_{A3}}{m_{A3}} = 0,013824884 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Realizaremos un tanteo para determinar la presión a la cual se encuentra el tanque en el estado 3. Para ello utilizaremos la ecuación de estado de los gases ideales con factor de compresibilidad. El algoritmo consiste en suponer una presión reducida, leer el valor de  $z$  para esa  $T_r$  y  $P_r$  en el diagrama de compresibilidad, sustituir los valores dentro de la expresión (ya la desarrollaremos) y obtener un valor del volumen específico, repetiremos este proceso hasta lograr acotar nuestro valor real del volumen específico, allí entenderemos el proceso iterativo e interpolaremos para obtener la presión reducida correspondiente a nuestro  $v_{A3}$ .

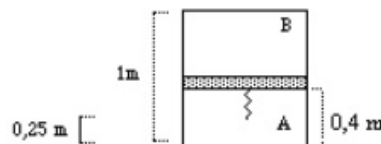
$$P_{A3}v_{A3} = zR_{C_4H_{10}}T_{A3} \Rightarrow v_{A3} = \frac{zR_{C_4H_{10}}T_{A3}}{P_r P_c}$$

Proceso iterativo		
$P_r$	$z$	$v_{cal} [m^3/kg]$
1	0,85	0,01833258
1,5	0,82	0,011790801

Detenemos las iteraciones, ahora interpolamos utilizando nuestro volumen específico real ( $0,01382488 \text{ m}^3/\text{kg}$ ) con las presiones reducidas de la tabla, obteniendo así  $P_r = 1,3445313576 \Rightarrow P_{A3} = 5109,2 \text{ kPa}$ ; de modo que la lectura que registra el manómetro de Bourdon es de:  $P_{man} = P_{abs} - P_{atm} = 5,009 \text{ MPa}$ .

8) Se tiene el sistema mostrado en la figura. El compartimiento A contiene 1 kg de agua con una calidad de 6,4 % y el B contiene 3 kg de neón. El cilindro tiene en su interior un pistón de masa 10 kg y área transversal  $0,1 \text{ m}^2$  con un resorte ( $K = 158 \text{ kN/m}$ ) que cuelga de él y cuyo extremo inferior se encuentra a  $0,25 \text{ m}$  de la base del cilindro y el pistón a  $0,4 \text{ m}$  (estado 1). El compartimiento B es sometido a calentamiento hasta que A alcanza una temperatura de  $40 \text{ }^\circ\text{C}$  y en ese momento la altura del pistón es  $0,1 \text{ m}$  respecto a la base (estado 2). Defina:

a) Los estados 1 y 2 para ambos compartimientos.



## Estado 1

Lo primero que haremos en este caso será calcular el volumen físico de A en este estado y luego con la masa obtener el volumen específico, luego de esto utilizaremos una aproximación para obtener el  $v_g$  y definir completamente el estado termodinámico A1.

$$V_{A1} = h \cdot A_T = 0,04 \text{ m}^3 \Rightarrow v_{A1} = \frac{V_{A1}}{m_A} = 0,04 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\text{Ya que } v_g \gg v_f \text{ y } v = (1-x)v_f + xv_g \approx xv_g \Rightarrow v_g \approx \frac{v}{x} = 0,625 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Buscamos ese valor en la tabla de saturación y sabemos que al haber calidad, el agua se encuentra en MLV y por ende  $T_{sat} = T_{A1}$  y que  $P_{sat} = P_{A1}$ ; entonces interpolamos y obtenemos:  $P_{A1} = 294,201 \text{ kPa}$  y  $T_{A1} = 132,808 \text{ }^\circ\text{C}$ . Para B utilizaremos el diagrama de compresibilidad ya que no poseemos tablas del Neón, buscamos las propiedades críticas del Neón, las cuales son:  $R_{Ne} = 0,4119 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}$ ;  $P_c = 2760 \text{ kPa}$  y  $T_c = 44,4 \text{ K}$ . Haremos un balance de fuerzas sobre el pistón para conocer la presión del Neón.

$$\sum F_p \equiv P_{A1}A_p = P_{B1}A_p + m_p g \Rightarrow P_{B1} = P_{A1} - \frac{m_p g}{A_p} = 293,221 \text{ kPa}$$

Realizaremos un tanteo para determinar la temperatura a la cual se encuentra el Neón, pero antes de definir el algoritmo debemos de calcular el volumen específico del mismo en este estado y luego emplear la ecuación de estado de gases ideales con factor de compresibilidad para el tanteo.

$$V_{B1} = (1-h) \cdot A_T = 0,06 \text{ m}^3 \Rightarrow v_{B1} = \frac{V_{B1}}{m_B} = 0,02 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$P_r = \frac{P_{B1}}{P_c} = 0,106; P_{B1}v_{B1} = zR_{Ne}T_{B1} \Rightarrow v_{B1} = \frac{zR_{Ne}T_rT_c}{P_{B1}}$$

El algoritmo para el tanteo será el siguiente, primero supondremos una  $T_r$ , con ese valor de  $T_r$  y el que ya poseemos de  $P_r$  leeremos el valor de  $z$  en el diagrama de compresibilidad, luego de eso, sustituiremos los valores obtenidos en la ecuación anterior y obtendremos un valor para el volumen específico, repetiremos este proceso hasta que logremos acotar el valor verdadero  $v_{B1}$  con los obtenidos de las iteraciones. Iniciaremos el tanteo en MLV y tomaremos diversos valores de  $z$ .

Tanteo		
$T_r$	$z$	$v [m^3/kg]$
0,7	0,1	0,004366207
0,7	0,4	0,01746483
0,7	0,5	0,021831038

De la tabla, las dos iteraciones que nos interesan son las últimas, interpolamos utilizando el valor de  $(0,02 m^3/kg)$  y con eso obtener el valor de  $z$  y  $T_r$  correspondiente al volumen específico real. Luego de interpolar obtenemos:  $z = 0,458072$  y  $T_r = 0,7 \Rightarrow T_{B1} = 31,08$  K. Calculemos la calidad, para ello observamos los valores de  $z_f$  y  $z_g$  a dicha presión y temperatura reducida; donde  $z_f = 0,02$  y  $z_g = 0,9$

$$x = \frac{z - z_f}{z_g - z_f} = 0,458072 \Rightarrow \text{A1: (294,201 kPa; 132,808 }^\circ\text{C; } 0,04 m^3/kg; 0,064; \text{MLV)}.$$

$$\text{B1: (293,221 kPa; 31,08 K; } 0,02 m^3/kg; 0,4978; \text{MLV)}.$$

## Estado 2

Lo primero que haremos será calcular cuánto se comprimió el resorte, del anterior estado (y de la imagen) sabemos que la longitud del resorte es de  $0,4 - 0,25 = 0,15$  m y como nos dicen que la altura en el estado 2 es de  $0,1$  m podemos concluir que  $\Delta x = 0,05$  m. Una vez hecho esto, procedemos a calcular  $v_{A2}$ , poseemos el volumen físico y sabemos que la masa es constante ya que es un sistema cerrado.

$$V_{A2} = h \cdot A_T = 0,01 m^3 \Rightarrow v_{A2} = \frac{V_{A2}}{m_A} = 0,01 m^3/kg$$

Nos dirigimos a la tabla de saturación del agua (entrando por temperatura =  $40$  °C) y notamos que:  $v_f = 0,001008 m^3/kg < v = 0,01 m^3/kg < v_g = 19,5229 m^3/kg \therefore$  MLV y entonces  $P_{sat} = P_{A2} = 7,384$  kPa. Ahora calculemos la calidad en la que se encuentra el agua en este estado.

$$x = \frac{v - v_f}{v_g - v_f} = 0,0004569 \Rightarrow \text{A2: (7,384 kPa; } 40 \text{ }^\circ\text{C; } 0,01 m^3/kg; 0,004569; \text{MLV)}$$

Realizaremos un balance de fuerzas sobre el pistón (que se encuentra en equilibrio dinámico) para obtener la presión del Neón:

$$\sum F_p \equiv P_{A2} + \frac{K \Delta x}{A_T} = P_{B2} + \frac{m_p g}{A_T} \Rightarrow P_{B2} = 7,384 + 79 - 0,98 = 85,404 \text{ kPa}$$

Calculemos el volumen específico del Neón y luego tendremos que hacer un tanteo para calcular la temperatura.

$$V_{B3} = (1 - h) \cdot A_T = 0,09 \text{ m}^3 \Rightarrow v_{B3} = \frac{V_{B3}}{m_B} = 0,03 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Ya tenemos las propiedades críticas del Neón (del estado anterior) y el tanteo que haremos en este caso será exactamente el mismo que el anterior, lo que varía en este caso son los datos, que poseemos otra  $T_r$  y obviamente otro  $v$ . Desarrollemos la ecuación a utilizar durante el tanteo, comenzaremos suponiendo temperaturas reducidas y valores de  $z$  que estén dentro del domo de saturación en el diagrama de compresibilidad.

$$P_{B2} v_{B2} = z R_{Ne} T_{B2} \Rightarrow v_{B2} = \frac{z R_{Ne} T_r T_c}{P_{B2}}; P_r = \frac{P_{B2}}{P_c} = 0,03094$$

Tanteo		
$T_r$	$z$	$v \text{ [m}^3/\text{kg]}$
0,6	0,1	0,012848363
0,6	0,2	0,025696726
0,6	0,3	0,038545084

De esta tabla sólo nos interesan las dos últimas iteraciones, que son las que acotan a nuestro valor real del volumen específico del Neón en el estado 2. Así que interpolamos para obtener  $T_r = 0,6 \Rightarrow T_{B2} = 22,64 \text{ K}$  y  $z = 0,233492779$ . Sabemos que se encuentra en MLV, así que calculemos la calidad, del diagrama de compresibilidad leemos que  $z_f \approx 0$  y  $z_g = 0,95$ .

$$x \approx \frac{z}{z_g} = 0,24578; \text{ B2: } (85,404 \text{ kPa}; 26,64 \text{ K}; 0,03 \text{ m}^3/\text{kg}; 0,24578; \text{ MLV}).$$

$$\text{A2: } (7,384 \text{ kPa}; 40 \text{ }^\circ\text{C}; 0,01 \text{ m}^3/\text{kg}; 0,0004569; \text{ MLV})$$

## 1.2. Problemas con trabajo

**Nota:** El siguiente problema probablemente sea el más difícil de todo este problemario, por ende será explicado con mayor detalle que todos los anteriores.

1) Se tiene 0,15 kmol de butano a 1900 kPa, 95% del volumen ocupado es líquido. Se transmite calor lentamente hasta que la temperatura es de 510 K. El cilindro tiene unos topos superiores, y el volumen del cilindro entre la base y los topos del cilindro es de  $0,21 \text{ m}^3$ . Datos del butano:  $T_c = 425,2 \text{ K}$ ;  $P_c = 3,80 \text{ MPa}$ ;  $PM = 58,124 \text{ kg/kmol}$

- Defina todos los estados (T,P,V,v,m,x).
- Defina todos los procesos.
- Calcule el trabajo [kJ].



### Estado 1

Lo primero que haremos será calcular los kilogramos de butano que poseemos.

$$0,15 \text{ kmol} \times \frac{58,124 \text{ kg}}{1 \text{ kmol}} = 8,7186 \text{ kg}$$

Sabemos que el  $z_c$  del butano es  $\approx 0,29$  por lo cual podemos emplear el diagrama de compresibilidad para definir el estado. Con las propiedades críticas, calculemos la presión reducida asociada a este estado.

$$P_r = \frac{P_1}{P_c} = 0,5$$

Ya que nos dicen que hay 95% de volumen líquido sabemos que está en MLV y por ende se encuentra dentro del domo de saturación del diagrama de compresibilidad; vamos al diagrama y notamos que  $T_r = 0,88 \Rightarrow T_1 = T_r T_c = 374,176 \text{ K}$ . Ahora hallaremos la calidad (o al menos plantearemos cómo se hallaría).

$$x = \frac{m_g}{m_T} = \frac{m_g}{8,7186}; V_f = 0,95V_T \Rightarrow V_g = 0,05V_T$$



Adicionalmente al planteamiento de la calidad, también sabemos que el 5% del volumen total está ocupado por gas, entonces utilizamos las ecuaciones que relacionen volumen específico y masa con volumen físico y sustituimos el resultado en la expresión anterior de la calidad.

$$v_g m_g = 0,05 v m_T \Rightarrow x = \frac{0,05 v m_T}{m_T} \Rightarrow v = \frac{v_g x}{0,05}$$

Ya tenemos una relación entre calidad y volumen específico, del diagrama de compresibilidad podemos leer los valores de  $z_f = 0,08$  y  $z_g = 0,68$ ; si utilizamos el valor de  $z_g$  dentro de la ecuación de estado para gases ideales con factor de compresibilidad obtendremos el valor  $v_g$ ; hagamos eso para tener una relación aún más directa entre calidad y  $v$ .

$$R_{C_4H_{10}} = 0,1430 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg} \Rightarrow P_1 v_g = z_g R_{C_4H_{10}} T_1 \Rightarrow v_g = 0,020213819 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Además de esto, también sabemos que existe una fórmula que relaciona  $z$  con  $x$ . Va a ser necesario realizar un tanteo para definir completamente el estado termodinámico 1.

$$z = (1 - x)z_f + xz_g; P_1 v = z R_{C_4H_{10}} T_1 \Rightarrow v = \frac{z R_{C_4H_{10}} T_1}{P_1}$$

El algoritmo del tanteo consistirá en lo siguiente: suponer un valor de  $x$ , con dicho valor, sustituir en la fórmula para obtener  $z$  y con ese valor de  $z$  calcular el valor de  $v$  (lo llamaremos  $v_{cal}$ ) por la ecuación de estado de gases ideales con factor de compresibilidad; luego de eso, sustituir el valor de la calidad en la expresión que la relaciona con  $v$  ( $v_{sup}$ ) y luego restar ambos volúmenes específicos; realizaremos este procedimiento hasta que haya un cambio de signo, allí detendremos las iteraciones e interpolaremos.

Tanteo				
$x_{sup}$	$z_{cal}$	$v_{sup} [\text{m}^3/\text{kg}]$	$v_{cal} [\text{m}^3/\text{kg}]$	$v_{sup} - v_{cal} [\text{m}^3/\text{kg}]$
0,005	0,083	0,002425658	0,002354315	0,000071343
0,006	0,0836	0,002021381	0,002337418	-0,000316038

Detenemos las iteraciones, e interpolamos (a 0) para obtener el valor de la calidad correcto; resultando  $x = 0,005693008$ ; de modo que  $v_1 = 0,002301548 \text{ m}^3/\text{kg}$  y  $V_1 = 0,020066283 \text{ m}^3$ .

E1: (374,176 K; 1900 kPa; 0,020066283  $m^3$ ; 0,002301548  $m^3/kg$ ; 8,7186 kg; 0,005693008)

## Estado 2

Supongamos que luego de calentar hasta 510 K el pistón no haya llegado a los topes o recién los esté tocando; entonces podríamos hacer un balance de fuerzas y sabríamos que la presión sería constante (respecto al estado 1) entonces  $P_2 = 1900$  kPa. Con los valores de presión y temperatura calculemos las propiedades reducidas y veamos cuánto vale  $z$  para dichos valores.

$$T_r = \frac{T}{T_c} = 1,1994 \text{ y } P_r = \frac{P}{P_c} = 0,5 \Rightarrow z = 0,91$$

Ahora utilizaremos la ecuación de estado de los gases ideales con factor de compresibilidad y calcular el volumen específico, luego con la masa (que es constante) calcular el volumen físico y de allí comparar con el volumen al cual se encuentran los topes, de ser menor o igual, nuestra suposición será correcta; si resulta mayor habrá sido errada y tendremos que replantear el estado 2.

$$Pv = zR_{C_4H_{10}}T \Rightarrow v = \frac{zR_{C_4H_{10}}T}{P} = 0,34929631 \text{ m}^3/kg$$

$$\Rightarrow V = 0,304537485 \text{ m}^3 > 0,21 \text{ m}^3$$

De modo que nuestra suposición fue incorrecta y podemos concluir que en no son 2 estados como se creía al inicio, si no que en realidad hay 3 estados; el estado 2 será luego de un calentamiento isobárico justo cuando el pistón toca los topes, de modo que poseemos la presión y el volumen específico del estado 2; procedamos a definirlo.

$$P_r = 0,5; v_2 = \frac{V_T}{m_T} = 0,024086435 \text{ m}^3/kg$$

Realizaremos un tanteo para determinar la temperatura del estado 2; para ello utilizaremos la ecuación de estado de gases ideales con factor de compresibilidad y el siguiente algoritmo: Supondremos una  $T_r$ ; con los valores de presión y temperatura reducida que poseemos, vamos al diagrama de compresibilidad y leemos el valor de  $z$ ; sustituimos en la expresión ya mencionada y obtenemos el valor  $v_{sup}$ , luego restamos  $v_{real} - v_{sup}$  y repetiremos este proceso hasta que haya un cambio de signo en dicho término; allí detendremos las iteraciones y procederemos a interpolar para hayar el valor de  $T_r$  del estado 2.

$$P_2 v_2 = z R_{C_4H_{10}} T_2 \Rightarrow v_2 = \frac{z R_{C_4H_{10}} T_r T_c}{P_2}$$

Tanteo			
$T_r$	$z$	$v_{cal} [m^3/kg]$	$v_{real} - v_{cal} [m^3/kg]$
0,88	0,68	0,01949933	0,004936501
0,9	0,7	0,020161143	0,003925241
0,95	0,75	0,2280135	0,001285085
1	0,8	0,025601515	-0,00151508

De esta tabla sólo nos interesan las dos últimas iteraciones, de donde interpolamos (a 0) y obtenemos que:  $T_r = 0,972946594 \Rightarrow T_2 = 413,6968919$  K. Ya que estos valores se encontraban fuera del domo de saturación el butano se encuentra en VSC.

E2: (413,6966 K; 1900 kPa; 0,21  $m^3$ ; 0,024086435  $m^3/kg$ ; -).

### Estado 3

Para el estado 3 conocemos la temperatura (510 K) y sabemos que  $v_3 = v_2$  ya que tanto el volumen físico como la masa permanecen constantes. Entonces también tendremos que hacer un tanteo para determinar cuánto vale la presión; el algoritmo será exactamente igual al anterior, sólo que en vez de suponer  $T_r$  (ya la tenemos como dato); supondremos  $P_r$ . Sabemos que  $T_r = 1,1994$  (por la suposición errónea); así que planteemos la ecuación de estado de gases ideales con factor de compresibilidad para determinar  $v_{cal}$ .

$$P_3 v_3 = z R_{C_4H_{10}} T_3 \Rightarrow v_3 = \frac{z R_{C_4H_{10}} T_3}{P_r P_c}$$

Tanteo			
$P_r$	$z$	$v_{cal} [m^3/kg]$	$v_{real} - v_{cal} [m^3/kg]$
0,65	0,86	0,025392631	-0,001306196
0,7	0,84	0,023030526	0,001055908

Interpolamos (a 0) y obtenemos que  $P_r = 0,677764899 \Rightarrow P_3 = 2575,066$  kPa y tenemos que  $z > z_g \therefore$  VSC. Ya hemos definido completamente el estado termodinámico 3.

E3: (510 K; 2575,066 kPa; 0,21  $m^3$ ; 0,024086435  $m^3/kg$ ; 8,7186 kg; - ).

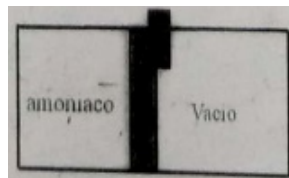
Para la pregunta b, tenemos lo siguiente: el proceso 1-2 es isobárico; ya que la presión es constante desde el estado inicial hasta que el pistón recién toca los topes; el proceso 2-3 es isocórico, ya que el volumen físico (y el específico porque  $m$  es ctte) es constante.

Para la pregunta c: sólo nos interesa el proceso 1-2; ya que el 2-3 es isocórico y recordemos que dichos procesos no realizan trabajo; utilizaremos la definición de trabajo para calcularlo.

$$W_{1-2} = \int P dV = P_1 \Delta V = 1900(0,21 - 0,020066283) = 360,8740623 \text{ kJ}$$

2) Un tanque rígido tiene dos secciones de igual volumen y separados mediante una partición. Uno de los volúmenes se encuentra lleno de amoníaco a una presión de 0,8 MPa y 20% de calidad y el otro lado se encuentra vacío. Se remueve la partición y el amoníaco alcanza una calidad final de 31,6%. Después se calienta el sistema hasta alcanzar 3 MPa.

- Hallar la presión en el tanque después de la remoción de la partición.
- Defina el estado cuando alcanza 3 MPa.
- Calcule el trabajo [kJ]



### Estado 1

Para el estado 1 poseemos la presión a la cual se encuentra el amoníaco y como nos dan calidad sabemos que se encuentra en MLV; así que  $T_1 = T_{sat}$ ; vamos a la tabla de saturación del amoníaco e interpolamos para obtener  $T_1 = 17,85 \text{ }^\circ\text{C}$ ;  $v_f = 0,001629524 \text{ } m^3/kg$  y  $v_g = 0,16055049 \text{ } m^3/kg$ .

$$v = (1 - x)v_f + xv_g = 0,033413717 \text{ } m^3/kg$$

### Estado 2

Nos dicen que el tanque está dividido en dos partes exactamente iguales, entonces al remover la clavija y cuando el pistón toque la otra pared (despreciando su grosor) el volumen físico es 2 veces el inicial y como la masa es constante; tenemos que el volumen específico del estado 2 es 2 veces el del estado 1.

$$v_2 = 2v_1 = 0,066827434 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Tenemos calidad y el volumen específico; ahora realizaremos un tanteo para encontrar la temperatura de saturación (y también presión) a la cual se encuentra; el algoritmo del tanteo será el siguiente: supondremos una  $T_{sat}$ , leeremos los valores de  $v_f$  y  $v_g$ ; calcularemos la calidad y restaremos  $x_{real} - x_{cal}$  y repetiremos el proceso hasta que haya un cambio de signo en este último término; allí detenemos la iteraciones e interpolamos para obtener las presiones y temperaturas que nos interesan.

$$x = \frac{v - v_f}{v_g - v_f}$$

Tanteo					
$T_{sat}$ [°C]	$P_{sat}$ [kPa]	$v_f$ [ $\text{m}^3/\text{kg}$ ]	$v_g$ [ $\text{m}^3/\text{kg}$ ]	$x_{cal}$	$x_{real} - x_{cal}$
10	615,2	0,001600	0,20541	0,3200404	-0,0040404
5	515,9	0,001683	0,24299	0,270267365	0,045732634

Interpolamos (a 0) y obtenemos que  $T_2 = 9,59411$  °C y  $P_2 = 607,1392$  kPa; la cual corresponde a la presión después de la remover la clavija.

### Estado 3

Sabemos que el volumen específico no cambia porque el volumen físico es cte y estamos en un sistema cerrado (masa constante); de modo que poseemos dos propiedades termodinámicas independientes, definamos el estado. Vamos a la tabla de saturación del amoníaco y notamos que a  $P_3 = 3000$  kPa  $v > v_g \Rightarrow$  VSC; entonces nos dirigimos a la tabla de vapor sobrecalentado del amoníaco y notamos que hay que hacer una doble interpolación:

$$\begin{cases} 3000 \text{ kPa} & T = 100 \text{ °C} & v = 0,06377333 \text{ m}^3/\text{kg} \\ 3000 \text{ kPa} & T = 120 \text{ °C} & v = 0,06915333 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$

$$\Rightarrow T = 111,353 \text{ °C}$$

$$\text{E3: (111,353 °C; 3000 kPa; 0,066827434 m}^3/\text{kg; -)}$$

Ya que el otro compartimiento es vacío, no hay presión a vencer y por ende no hay ninguna fuerza que haga resistencia, de modo que en el proceso 1-2 no hay trabajo ( $W = \int -Fdx$  y  $F = 0$ ); el proceso 2-3 es isocórico y tampoco hay trabajo; así que el trabajo global es 0 kJ.

### 1.3. Recomendaciones para este parcial

Lo primero que debemos de aprender para esta parcial es a utilizar las tablas de saturación y de VSC (también LC donde las haya); entender qué significa cada columna y cómo leerlas, ya que de ahora en adelante siempre utilizaremos tablas y debemos de poder leerlas con facilidad. Luego de aprender esto, lo siguiente es aprender a interpolar, ya sea con la calculadora graficadora o la calculadora científica y entender que una interpolación doble no es más que interpolar tres veces y ya.

En cuanto a los ejercicios, es necesario entender por qué suceden las cosas y leer detalladamente lo que nos dicen ( o lo que podemos suponer que dicen) los enunciados de los ejercicios, ya que al fin y al cabo nos pueden dar alguna relación subsidiaria o ecuación que más tarde nos será útil para resolver el ejercicio; la clave está en lograr plantear suficientes ecuaciones con el mismo número de incógnitas para poder resolverlas todas.

Va a ser necesario un tanteo cuando tengamos más incógnitas que ecuaciones y en dicho caso deberíamos tener al menos 2 ecuaciones que nos relacionen a una misma variable y que podamos comparar los resultados de ambas al suponer una respuesta o en su defecto una ecuación que al suponer una variable (ejemplo presión y tengamos temperatura como dato) podamos definir a la otra y ver si se cumple la igualdad (o desigualdad). A partir de allí definiremos nuestro algoritmo (puede ser cualquiera que te imagines, siempre hay más de un método) y seguir el mismo procedimiento siempre; es metódico y existen muchos tanteos que son estándares o comunes, en esta primera parte hay varios de ellos plasmados.

Algo que también es fundamental para esta parcial es aprender a utilizar el diagrama de compresibilidad, que es ligeramente complicado ya que visualizamos tres parámetros en una gráfica en 2D, pero es una herramienta sumamente útil, puesto que nos permitirá obtener propiedades de las sustancias que no se encuentren tabuladas y posean un factor de compresibilidad crítico cercano a 0,29. En general siempre que tengamos una sustancia que no esté en las tablas y poseamos P o T y  $v$ ; vamos a tener que realizar un tanteo.

## 2. Segundo parcial

### 2.1. Primera ley: Problemas cilindro-pistón

1) Un tanque rígido está dividido en dos compartimientos. Ambos contienen agua, donde el lado A se encuentra a una presión de 200 kPa y un volumen específico de  $0,5 \text{ m}^3/\text{kg}$ . El volumen total del lado A es de  $1 \text{ m}^3$ . El lado B contiene 3,5 kg de agua a 0,5 MPa y 400 °C. Se retira la separación entre estas dos partes y se intercambia calor hasta llegar a una temperatura uniforme de 100 °C. Definir el estado final y el calor transferido.

#### Estado 1

Debemos de definir el estado 1 para el compartimiento A; vamos a la tabla de saturación del agua (entrando por presión) y notamos que:  $v_f = 0,0010605 \text{ m}^3/\text{kg}$  y  $v_g = 0,8857 \text{ m}^3/\text{kg}$ . De modo que  $v_f < v < v_g$  y por esto el compartimiento A se encuentra en MLV, así que  $T_{A1} = T_{sat} = 120,23 \text{ °C}$ . Además de esto también observamos los valores de la energía interna:  $u_f = 504,49 \text{ kJ/kg}$  y  $u_g = 2529,5 \text{ kJ/kg}$ ; calculemos la calidad y la energía interna.

$$x = \frac{v - v_f}{v_g - v_f} = 0,5639838 \Rightarrow u = (1 - x)u_f + xu_g = 1646,548475 \text{ kJ/kg}$$

Ahora hallemos la masa de agua en el compartimiento A; podemos hacer esto ya que tenemos volumen específico y físico.

$$m_{A1} = \frac{V_{A1}}{v_{A1}} = 2 \text{ kg}$$

Para B; vamos a la tabla de saturación (entrando por presión) y notamos que  $T_{B1} > T_{sat} \therefore \text{VSC}$ ; nos dirigimos a la tabla de vapor sobrecalentado y leemos el volumen específico:  $v_{B1} = 0,61728 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow V_{B1} = 2,16048 \text{ m}^3 \Rightarrow V_T = V_{A1} + V_{B1} = 3,16048 \text{ m}^3$ . También leemos que:  $u_{B1} = 2963,19 \text{ kJ/kg}$ .

#### Estado 2

Para el estado 2 sólo tenemos un único compartimiento; así que la masa es la suma del compartimiento A y B del estado anterior, como es un cuerpo rígido el volumen físico es constante; así que  $m_T = m_{A1} + m_{B1} = 5,5 \text{ kg} \Rightarrow v_2 = 0,5746327 \text{ m}^3/\text{kg}$ . Ahora vamos a la tabla de saturación del agua y notamos que  $v_f = 0,0010435 \text{ m}^3/\text{kg}$  y  $v_g = 1,673 \text{ m}^3/\text{kg}$ ; de modo que  $v_f < v < v_g$  y estamos en MLV, así que  $P_2 = P_{sat} = 101,3 \text{ kPa}$ . También notamos que  $u_f = 418,94 \text{ kJ/kg}$  y  $u_g = 2506,5 \text{ kJ/kg}$ ; calculemos la calidad y la energía interna de este estado.



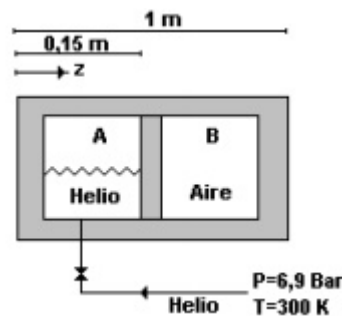
$$x = \frac{v - v_f}{v_g - v_f} = 0,343084571 \Rightarrow u = (1 - x)u_f + xu_g = 1135,1299 \text{ kJ/kg}$$

Ahora realizaremos un balance de energía; haremos un balance de energía de todo el sistema; ya que es un cuerpo rígido y el volumen es constante al aplicar la primera ley obtenemos:

$$\Delta E = Q - W \Leftrightarrow m_2u_2 - m_{A1}u_{A1} - m_{B1}u_{B1} = Q \Rightarrow Q = -7621,03 \text{ kJ/kg}$$

2) Un estudiante de termodinámica propone modelar el proceso de llenado de un globo suponiendo que la membrana elástica del mismo se comporta como un resorte, oponiéndose a la expansión, como se muestra en la figura. El sistema es adiabático y consta de dos compartimiento A (helio) y B (aire) separados por un pistón adiabático. Las condiciones iniciales del compartimiento A son:  $P = 1 \text{ bar}$ ;  $T = 300 \text{ K}$ ;  $L = 0,15 \text{ m}$  y en el compartimiento B se sabe que la temperatura es de  $25 \text{ }^\circ\text{C}$ . El área del pistón es de  $0,02 \text{ m}^2$  y su masa es de  $1,5 \text{ kg}$ . La constante del resorte es de  $5 \text{ kN/m}$  y su punto de equilibrio se encuentra a  $L = 0,1 \text{ m}$ . Tanto el helio como el aire se pueden considerar gases ideales con calores específicos constantes. Se pide:

- La temperatura en el compartimiento A y en el B cuando el pistón se encuentra a una distancia  $L = 0,6 \text{ m}$ .
- El trabajo realizado por el helio.



## Estado 1

Lo primero que debemos hacer es calcular las constantes para el helio y el aire; obteniendo  $R_{He} = 2,0769 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}$  y  $R_{air} = 0,2870 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}$ . Además, de la tabla de constantes de los gases obtenemos que:  $Cv_{air}^0 = 0,7165 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}$  y  $Cv_{He}^0 = 3,1156 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}$ . Así que apliquemos la ecuación de estado de los gases ideales para el compartimiento A y así obtener su volumen específico.

$$P_{A1}v_{A1} = R_{He}T_{A1} \Rightarrow v_{A1} = \frac{R_{He}T_{A1}}{P_{A1}} = 6,2307 \text{ m}^3/\text{kg} ; V_{A1} = L \cdot A_p = 0,003 \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow m_{A1} = \frac{V_{A1}}{v_{A1}} = 0,000481486 \text{ kg}$$

Hagamos un balance de fuerzas sobre el pistón para conocer la presión en el estado inicial del aire, nos indican que la posición de equilibrio del pistón es a  $L = 0,1 \text{ m}$ ; de modo que  $\Delta x = 0,05 \text{ m}$ .

$$\sum F_p \equiv P_{B1}A_p + K \Delta x = P_{A1}A_p \Rightarrow P_{B1} = P_{A1} - \frac{K \Delta x}{A_p} = 87,5 \text{ kPa}$$

Aplicamos la ecuación de estado de los gases ideales para obtener  $v_{B1}$  y luego con el volumen físico obtener la masa de aire en este estado. Recordando que  $V_{B1} = (1 - L) \cdot A_p = 0,017 \text{ m}^3$ .

$$P_{B1}v_{B1} = R_{air}T_{B1} \Rightarrow v_{B1} = \frac{R_{air}T_{B1}}{P_{B1}} = 0,977932 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow m_B = 0,017383621 \text{ kg}$$

## Estado 2

Para el estado 2 sabemos que la masa de aire es constante (ya que esta parte es un sistema cerrado) y que la masa de helio sí varía; ya que lo único que nos dicen es que se el pistón se encuentra a  $L = 0,6 \text{ m}$  no podemos suponer que se ha llegado al equilibrio dinámico y que la presión del aire + resorte sea igual a la de la línea de Helio; así que lo primero que podemos hacer es calcular el volumen específico del aire en este estado.

$$v_{B2} = \frac{V_{B2}}{m_B} = \frac{(1 - L) \cdot A_p}{m_B} = 0,460203314 \text{ kg}$$

Realicemos un balance de energía (primera ley) sólo sobre el compartimiento del aire (despreciando el trabajo del resorte) y obtendremos lo siguiente:

$$\Delta E = Q - W \Rightarrow -W_{air} = m_B (u_{B2} - u_{B1}) = m_B \int_{T_{B1}}^{T_{B2}} C v_{air}^o dT$$

Recordemos la definición de trabajo; luego de eso utilizaremos la ecuación de estado de los gases ideales para modificar un poco esta expresión.

$$W_{air} = \int_{V_{B1}}^{V_{B2}} P dV ; PV = m_B R_{air} T \Rightarrow P = \frac{m_B R_{air} T}{V}$$

$$\Rightarrow W_{air} = \int_{V_{B1}}^{V_{B2}} \frac{m_B R_{air} T}{V} dV$$

Ahora igualaremos las dos expresiones que tenemos de trabajo y resolveremos la ecuación diferencial a variable separable para obtener la presión del aire en el estado 2.

$$\begin{aligned}
 W_{air} &= -m_B \int_{T_{B1}}^{T_{B2}} C v_{air}^{\circ} dT = \int_{V_{B1}}^{V_{B2}} \frac{m_B R_{air} T}{V} dV \Leftrightarrow R_{air} \int_{V_{B2}}^{V_{B1}} \frac{dV}{V} = C v_{air}^{\circ} \int_{T_{B1}}^{T_{B2}} \frac{dT}{T} \\
 &\Leftrightarrow \frac{R_{air}}{C v_{air}^{\circ}} \ln \left( \frac{V_{B1}}{V_{B2}} \right) = \ln \left( \frac{T_{B2}}{T_{B1}} \right) \Leftrightarrow \ln \left( \frac{V_{B1}}{V_{B2}} \right) \frac{R_{air}}{C v_{air}^{\circ}} = \ln \left( \frac{T_{B2}}{T_{B1}} \right) \\
 &\Leftrightarrow \left( \frac{V_{B1}}{V_{B2}} \right) \frac{R_{air}}{C v_{air}^{\circ}} = \left( \frac{T_{B2}}{T_{B1}} \right) \Rightarrow T_{B2} = \left( \frac{V_{B1}}{V_{B2}} \right) \frac{R_{air}}{C v_{air}^{\circ}} T_{B1} = 403,23 \text{ K}
 \end{aligned}$$

Aplicaremos la ecuación de estado de los gases ideales para determinar la presión del aire en el estado 2.

$$P_{B2} v_{B2} = R_{air} T_{B2} \Rightarrow P_{B2} = \frac{R_{air} T_{B2}}{v_{B2}} = 251,469 \text{ kPa}$$

Hagamos un balance de fuerzas sobre el pistón para determinar la presión del helio en el segundo estado. Ya que  $L = 0,6 \text{ m} \Rightarrow \Delta x = 0,5 \text{ m}$ .

$$\sum F_p \equiv P_{A2} = P_{B2} + \frac{K \Delta x}{A_p} = 251,469 + 125 = 376,469 \text{ kPa}$$

Ahora calcularemos el trabajo realizado por el helio, recordemos que el trabajo del Helio es opuesto al trabajo realizado por el aire; así que:

$$-W_{air} = W_{He} = m_B C v_{air}^{\circ} (T_{B2} - T_{B1}) = 1,285767 \text{ kJ}$$

Para determinar la temperatura utilizaremos estados de referencia; nuestra referencia será  $T_{ref} = 0 \text{ K}$ , que allí  $u_{ref} = 0 \text{ kJ/kg}$ . Con la ecuación de estado de los gases ideales obtenemos la siguiente relación.

$$P_{A2} V_{A2} = m_{A2} R_{He} T_{A2} \Rightarrow m_{A2} T_{A2} = 2,175178391 \equiv C_1$$

Hagamos un balance de energía para el compartimiento del aire (ya que es adiabático no hay calor) recordando que es a flujo uniforme. Además relacionemos la entalpía con la energía interna.

$$\begin{cases} u_1 = u_{ref} + C v_{He}^{\circ} (T_{A1} - T_{ref}) = 934,68 \text{ kJ/kg} \\ u_2 = u_{ref} + C v_{He}^{\circ} (T_{A2} - T_{ref}) = C v_{He}^{\circ} T_{A2} \end{cases}$$

$$h_e = u_e + P_e v_e = u_{ref} + C v_{He}^{\circ} + R_{He} T_e = 1557,75 \text{ kJ/kg}$$

Planteemos la expresión que relaciona la masa de entrada con la masa 1 y masa 2 del Helio.  $m_{A2} = m_e + m_{A1} \Rightarrow m_e = m_2 - m_1$ .

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta E &= Q - W_{He} + m_e h_e \Leftrightarrow m_{A2} u_{A2} - m_{A1} u_{A1} = m_{A2} h_e - m_{A1} h_e - W_{He} \\ &\Leftrightarrow m_{A2} C v_{He}^{\circ} - m_{A1} u_{A1} + m_{A1} h_e + W_{He} = m_{A2} h_e \\ \Rightarrow m_{A2} &= \frac{C v_{He}^{\circ} C_1 + m_{A1} h_e + W_{He} - m_{A1} u_{A1}}{h_e} = 0,005384038 \text{ kg} \end{aligned}$$

Ya tenemos la masa, ahora sustituimos ese resultado en la expresión de la constante 1 y obtendremos la temperatura del Helio cuando  $L = 0,6 \text{ m}$ .

$$m_{A2} T_{A2} = 2,175178391 \Rightarrow T_{A2} = \frac{2,1751391}{m_{A2}} = 404,0052472 \text{ K}$$

*Nota:* Este problema se pudo haber resuelto sin utilizar estados de referencias, habría que manipular algebraicamente las expresiones para poder utilizar el  $\Delta u$  en los gases ideales. Este método se deja como ejercicio para el lector.

3) Un compresor adiabático opera con 129 kg/h de aire. se sabe que durante la compresión aumenta la entalpía del aire en 190 MJ/h. Para retirar todo el calor que se desprende de la compresión se utiliza una corriente de agua, la cual experimenta un cambio de entalpía de 10 MJ/h. Determine la potencia del compresor.

Lo que debemos de hacer en este caso es realizar un balance de energía para los dos procesos que nos mencionan y la potencia del compresor será la sumatoria de ambas; el primer balance sería el siguiente:

$$m_{air} h_2 - m_{air} h_1 = -\dot{W}_1 = 190 \text{ MJ/h} \Rightarrow \dot{W}_1 = -190 \text{ MJ/h}$$

Hagamos el otro balance; nos dicen que retiran calor; por ende es un proceso exotérmico y eso indica que el signo del calor en este caso es negativo.

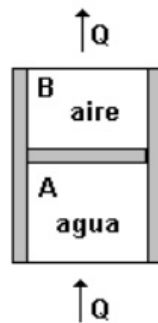
$$m_{H_2O} h_2 - m_{H_2O} h_1 = \dot{Q} = -10 \text{ MJ/h}$$

Finalmente tenemos que la potencia del compresor viene dada por:

$$\dot{W}_C = \dot{W}_1 + \dot{Q} = -200 \text{ MJ/h}$$

4) Se tiene un cilindro aislado por toda su superficie excepto la parte superior e inferior. El cilindro en su interior tiene un pistón adiabático y de masa despreciable, que separa al cilindro en dos compartimientos A y B, los cuales contienen agua y aire respectivamente. El agua inicialmente se encuentra a 101283 Pa y una calidad del 5,8 %; mientras que el aire se encuentra a una temperatura de 37,8 °C. Se le suministra calor a la parte inferior del cilindro hasta que el agua alcanza una temperatura de 130,7 °C como vapor saturado, mientras que simultáneamente por la parte superior se le retira calor de tal forma que la temperatura del aire permanece constante. La masa en cada compartimiento es de 454 gramos. El aire se puede considerar gas ideal con calor específico constante. Determine:

- El volumen específico del aire en el estado final.
- El calor retirado y el trabajo realizado por el aire durante el proceso.
- El calor suministrado al agua.



### Estado 1

Primeramente, definimos el estado 1 antes de poder contestar todas las preguntas. Como poseemos la presión del agua y nos dan calidad sabemos que ésta se encuentra en MLV; así que  $T_{A1} = T_{sat} = 100$  °C; vamos a la tabla de saturación y notamos que  $v_f = 0,001044$   $m^3/kg$  y  $v_g = 1,67290$   $m^3/kg$ . También anotamos los datos de la energía interna:  $u_f = 418,94$  kJ/kg y  $u_g = 2506,5$  kJ/kg. Con la calidad calculemos la energía interna y el volumen específico del agua en el estado 1.  $x = 0,058$ .

$$v_{A1} = (1 - x)v_f + xv_g = 0,0980116$$
  $m^3/kg$ ;  $u_{A1} = (1 - x)u_f + xu_g = 539,99$  kJ/kg

Ahora definamos B; ya que no nos indican nada del pistón (y no existe manera alguna de saber su masa) suponemos que su masa es despreciable y por ende  $P_{A1} = P_{B1} = 101,283$  kPa. De modo que podemos definir completamente al aire; recordemos que  $R_{air} = 0,2870$  kJ/K·kg y con la ecuación de estado de gases ideales podemos obtener el volumen específico.

$$P_{B1}v_{B1} = R_{air}T_{B1} \Rightarrow v_{B1} = \frac{R_{air}T_{B1}}{P_{B1}} = 0,88097384 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Calculemos el volumen físico de todo el cilindro; recordando que:  $V_{A1} = m_A v_{A1}$  y  $V_{B1} = m_B v_{B1}$ .

$$V_{A1} = 0,044497266 \text{ m}^3 \text{ y } V_{B1} = 0,399962 \text{ m}^3 ;$$

$$V_T = V_{A1} + V_{B1} = 0,444459266 \text{ m}^3$$

## Estado 2

Como nos dicen que el agua se encuentra en vapor saturado sabemos (por la tabla de saturación) que  $P_{A2} = P_{sat} = 275 \text{ kPa}$  y  $v_{A2} = v_g = 0,65734 \text{ m}^3/\text{kg}$  y  $u_{A2} = u_g = 2540,53 \text{ kJ/kg}$ . Con la presión del agua sabemos que  $P_{A2} = P_{B2} = 275 \text{ kPa}$ . Así que aplicaremos la ecuación de estado de gases ideales para determinar el volumen específico del aire en el estado 2 (recordemos que  $T_{B1} = T_{B2} = 37,8 \text{ }^\circ\text{C}$ ).

$$P_{B2}v_{B2} = R_{air}T_{B2} \Rightarrow v_{B2} = \frac{R_{air}T_{B2}}{P_{B2}} = 0,325458 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\Rightarrow V_{B2} = v_{B2} \cdot m_B = 0,147757932 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Ahora realizemos un balance de energía para el aire, ya que es un gas ideal y sufre un proceso isotérmico su  $\Delta E$  es 0. Así que el balance es el siguiente:

$$\Delta E = Q_{air} - W_{air} \Rightarrow Q_{air} = W_{air} = \int_{V_{B1}}^{V_{B2}} P dV$$

Utilicemos la ecuación de estado de los gases ideales para reescribir esta expresión y calcular el trabajo.

$$PV = m_B R_{air} T_{air} \Rightarrow P = \frac{m_B R_{air} T_{air}}{V} \Rightarrow W = \int_{V_{B1}}^{V_{B2}} \frac{m_B R_{air} T_{air}}{V} dV$$

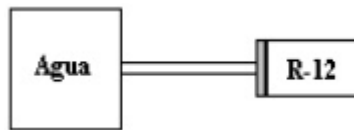
$$\Rightarrow Q_{air} = W_{air} = m_B R_{air} T_{air} \ln \left( \frac{V_{B2}}{V_{B1}} \right) = -40,34576032 \text{ kJ}$$

Ahora hagamos un balance de energía para el compartimiento A y recordemos que  $W_{air} = -W_{H_2O}$ , de modo que tendremos lo siguiente:

$$\Delta E = Q_{H_2O} - W_{H_2O} \Rightarrow Q_{H_2O} = m_A(u_{A2} - u_{A1}) - W_{air} = 948,5908204 \text{ kJ}$$

5) Un tanque de 100 litros contiene agua a 70 % de calidad y a una presión de 1 MPa. El tanque está conectado a un pistón, el cual originalmente contiene refrigerante R-12 a una presión de 2 MPa y una temperatura de 100 °C. El volumen del pistón es de 20 litros. Si se suministra calor al tanque, determine:

- La potencia calorífica, si al cabo de 1 segundo de comenzar el proceso, la temperatura dentro del tanque es de 200 °C.
- Estado final del agua si al cabo de 5 segundos el freón 12 ocupa un volumen de 6 litros siendo el proceso en este compartimiento isotérmico.
- Trabajo efectuado sobre el R-12.



## Estado 1

Definimos el estado 1, poseemos todos los datos para definir tanto el tanque como el cilindro. Para A nos dan la presión y calidad, por lo cual el agua se encuentra en MLV y por ende  $T_{A1} = T_{sat} = 179,91$  °C; de la tabla de saturación del agua podemos obtener los valores de volumen específico y energía interna:  $v_f = 0,0011273$  m<sup>3</sup>/kg;  $v_g = 0,1944$  m<sup>3</sup>/kg;  $u_f = 761,68$  kJ/kg y  $u_g = 2583,6$  kJ/kg. Con la calidad calculemos  $v_{A1}$  y  $u_{A1}$ .

$$\begin{cases} v_{A1} = (1 - x)v_f + xv_g = 0,1364461 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_{A1} = (1 - x)u_f + xu_g = 2037,049 \text{ kJ/kg} \end{cases} \Rightarrow m_A = \frac{V_{A1}}{v_{A1}} = 0,73289013 \text{ kg}$$

Ahora definamos el estado inicial del R-12; al ir a la tabla de saturación del R-12 notamos que  $T_{B1} > T_{sat} \Rightarrow$  VSC. Vamos a la tabla de vapor sobrecalentado y leemos directamente que:  $u_{B1} = 216,236$  kJ/kg y  $v_{B1} = 0,010035$  m<sup>3</sup>/kg de modo que  $m_B = \frac{V_{B1}}{v_{B1}} = 2$  kg.

## Estado 2

Para responder la pregunta A; supondremos que el proceso es isocórico y  $P_{A2} < 2$  MPa. Por lo cual los volúmenes específicos de ambos compartimientos permanecen constantes y como tenemos la temperatura del tanque procedamos a definir el estado del agua. Al ir a la tabla de saturación notamos que  $v_g = 0,1274$  m<sup>3</sup>/kg  $\Rightarrow v_g < v_{A2} \Rightarrow$  VSC. Nos dirigimos a la tabla de vapor sobrecalentado del agua y al interpolar obtenemos:  $u_{A2} = 2600$  kJ/kg y  $P_{A2} = 1468,40$  kPa ; de modo que  $P_{A2} < 2$  MPa; entonces la suposición fue correcta y podemos realizar un balance de energía sobre el agua y obtener el calor absorbido, luego de tener ese

calor lo dividiremos entre el tiempo y esa será la potencia calorífica suministrada. Recordemos que el trabajo realizado es 0 al ser un proceso isocórico.

$$\begin{aligned}\Delta E &= Q_{H_2O} - W_{H_2O} \Leftrightarrow m_A(u_{A2} - u_{A1}) = Q_{H_2O} = 412,5 \text{ kJ} \\ \Rightarrow \dot{Q}_{H_2O} &= \frac{Q_{H_2O}}{\text{tiempo}} = 412,5 \text{ kW}\end{aligned}$$

### Estado 3

Para responder la pregunta b primero definiremos completamente el estado termodinámico del freón-12. Como nos dicen que sufre un proceso isotérmico sabemos que:  $T_{B1} = T_{B3} = 100 \text{ }^\circ\text{C}$  y calculemos el volumen específico.

$$v_{B3} = \frac{V_{B3}}{m_B} = 0,0030105 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Nos dirigimos a la tabla de saturación del R-12 y obtenemos que  $v_f = 0,001113 \text{ m}^3/\text{kg}$  y  $v_g = 0,003903 \text{ m}^3/\text{kg}$ ;  $\Rightarrow v_f < v < v_g \therefore$  MLV y  $P_{B3} = P_{sat} = 3,34406 \text{ MPa}$ . Haciendo un balance de fuerzas en el pistón (suponemos que se encuentra en equilibrio) obtenemos que  $P_{A3} = P_{B3} = 3,34406 \text{ MPa}$ . Ya que todo el sistema cilindro-tanque es un cuerpo rígido, sabemos que el volumen es constante; así que el volumen A de este estado es igual al inicial más la diferencia de volumen (en módulo) del cilindro.  $V_{A3} = 0,114 \text{ m}^3$ . Calculemos el volumen específico.

$$v_{A3} = \frac{V_{A3}}{m_A} = 0,15548554 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Nos dirigimos a la tabla y notamos que para las presiones dentro de la cual se encuentra acotada la del agua  $v > v_g \Rightarrow$  VSC; nos dirigimos a la tabla de vapor sobrecalentado del agua y notamos que debemos de realizar una doble interpolación; obteniendo lo siguiente:

T [ $^\circ\text{C}$ ]	P [MPa]	$v$ [ $\text{m}^3/\text{kg}$ ]	u [kJ/kg]
800	3,34406	0,149940	3652,42
900	3,34406	0,164279	3845,50

$$\Rightarrow \text{A3: } (839,113 \text{ }^\circ\text{C}; 3,34406 \text{ MPa}; 0,155548554 \text{ m}^3/\text{kg}; 3727,97 \text{ kJ/kg})$$

Para la pregunta c: han transcurrido 5 segundos así que con ese dato (y utilizando la potencia calorífica de la parte a) podemos realizar un balance de energía y determinar el trabajo realizado sobre el R-12, ya que su trabajo es el opuesto al realizado por el agua.



$$Q_{H_2O} = \dot{Q}_{H_2O} \cdot \text{tiempo} = 2062,5 \text{ kJ}$$

Realicemos el balance de energía:

$$\Delta E = Q_{H_2O} - W_{H_2O} \Leftrightarrow m_A(u_{A3} - u_{A1}) - Q_{H_2O} = W_{R-12} = -823,26 \text{ kJ}$$

6) Una industria requiere nitrógeno para sus procesos químicos. El  $N_2$  es utilizado en la planta durante los días de semana y el fin de semana es almacenado en un tanque de  $10 \text{ m}^3$  de capacidad. Se ha observado que los viernes en la tarde el tanque contiene 60 % del volumen total como líquido y 40 % como vapor, a una temperatura de  $-173,15 \text{ }^\circ\text{C}$ . Como esta temperatura es menor que la del ambiente, se da inicio a una transferencia de calor desde el ambiente hacia el sistema con una velocidad de  $0,24 \text{ kW}$  (constante). El tanque posee una válvula de seguridad en la parte superior que se abre cuando la presión absoluta dentro del mismo es de  $1,5 \text{ MPa}$ . Una vez abierta la válvula, la presión dentro del tanque se mantiene constante. Si el fin de semana tiene 60 h, se desea determinar:

- El estado final del nitrógeno al terminar el fin de semana (P,T,v,x).
- ¿Se abre la válvula de seguridad? ¿Sale masa del tanque durante el fin de semana? Justifique su respuesta.

## Estado 1

Nos dan la relación entre los volúmenes y dicen que hay líquido y vapor, por ende nos encontramos en MLV; vamos a la tabla de saturación del nitrógenos y anotamos los datos que necesitamos:  $P_{sat} = P_1 = 779,2 \text{ kPa}$ ;  $v_f = 0,001452 \text{ m}^3/\text{kg}$ ;  $v_g = 0,03120 \text{ m}^3/\text{kg}$ ;  $u_f = -72,06816 \text{ kJ/kg}$  y  $u_g = 111,840 \text{ kJ/kg}$ . Manipulemos la expresión de la calidad para poder utilizar los datos que poseemos.

$$x = \frac{m_g}{m_g + m_f} = \frac{\frac{0,4V_T}{v_g}}{\frac{0,4V_T}{v_g} + \frac{0,6V_T}{v_f}} = 0,030092016$$

$$v_1 = (1 - x)v_f + xv_g = 0,002347177 \text{ m}^3/\text{kg}; u_1 = -70,1923478 \text{ kJ/kg}$$

Ya teniendo el volumen específico (y con el volumen físico) calculemos la masa de nitrógeno dentro del tanque.

$$m_{N_2} = \frac{V_T}{v_1} = 4260,43 \text{ kg}$$

## Estado 2

Para el estado 2 suponemos que no se abre la válvula y por ende el volumen específico permanece constante. Sabremos que la suposición será errada si  $P_2 > P_{seg}$ ; hagamos un balance de energía para obtener otra propiedad termodinámica independiente; ya que el volumen es constante (un cuerpo rígido y un sistema cerrado) el trabajo es 0. Como nos dan potencia calorífica y el tiempo podemos calcular el calor absorbido.

$$Q = \dot{Q} \cdot \text{tiempo} = 0,24 \text{ kW} \cdot 60 \text{ h} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 51840 \text{ kJ}$$

Ahora con el balance de energía obtenemos:

$$\Delta E = Q - W \Leftrightarrow m_{N_2} u_2 - m_{N_2} u_1 = Q \Rightarrow u_2 = \frac{m_{N_2} u_1 + Q}{m_{N_2}} = -58,02456192 \text{ kJ/kg}$$

Para terminar de definir este estado debemos de realizar un tanteo (en este caso comenzaremos con saturación porque la calidad anterior era bastante baja y probablemente siga en MLV) con las calidades de  $v$  y  $u$ ; para ello utilizaremos las dos fórmulas de calidad correspondientes, el algoritmo para el tanteo será el siguiente: supondremos alguna  $T$  y veremos los valores  $v_f$ ;  $v_g$ ;  $u_f$  y  $u_g$ . Luego calcularemos la calidad con volumen específico y con energía interna y finalmente las restamos y repetimos el proceso; haremos esto hasta que haya un cambio de signo en el último ítem mencionado y allí detendremos el tanteo e interpolaremos a 0 para obtener la temperatura de saturación. Hagamos eso:

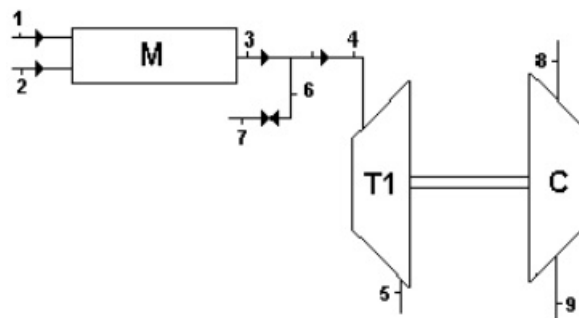
$$x = \frac{v - v_f}{v_g - v_f} \text{ y } x = \frac{u - u_f}{u_g - u_f}$$

Tanteo							
T [K]	$u_f$ [kJ/kg]	$u_g$ [kJ/kg]	$x_u$	$v_f$ [ $m^3/kg$ ]	$v_g$ [ $m^3/kg$ ]	$x_v$	$x_u - x_v$
105	-62,89	63,29	0,03855	0,001522	0,02218	0,03994	-0,00138
100	-74,33	63,17	0,11858	0,001452	0,03120	0,03009	0,08849

Interpolamos (a 0) y obtenemos que  $T_2 = 104,922 \text{ K}$ ;  $P_2 = 1079,89 \text{ kPa}$ ;  $x = 0,0397928263897$  y  $v = 0,002347177 \text{ m}^3/kg$ . Como  $P_2 < 1500 \text{ kPa}$  la suposición fue correcta y la válvula nunca se abre, por ende no hay pérdida de masa durante el fin de semana.

## 2.2. Primera ley: Ciclos

1) Se tiene un sistema como el mostrado en la figura, en el que dos corrientes de vapor de agua se mezclan adiabáticamente, luego de lo cual se extraen 0,2 kg/s que se hacen pasar a través de una válvula, a cuya salida se tiene una presión de 700 kPa. El resto del vapor pasa a través de una turbina cuyas condiciones de descarga son  $x_5 = 0,97$  y  $P_5 = 200$  kPa. Se sabe que no hay caídas de presión en las tuberías y se conocen además los siguientes datos:  $T_1 = 600$  K;  $T_2 = 485,57$  K;  $x_2 = 1$ ;  $m_2 = 2,7$  kg/s. Al compresor entra amoníaco a  $T_8 = 30$  °C y  $P_8 = 0,30$  MPa; el caudal en la corriente 8 es de  $3,112$  m<sup>3</sup>/s y sale a  $T_9 = 135$  °C y  $P_9 = 0,9$  MPa. Calcular la potencia del compresor y el flujo másico en la corriente 1.



Recordemos que para sistemas abiertos (sin acumulación) se utiliza entalpía en vez de energía interna para los balances de energía; primero definamos completamente las corrientes 8 y 9. Vamos a la tabla de saturación y para la corriente 8 tenemos: que  $P < P_{sat}$  a esa temperatura, por lo cual el amoníaco se encuentra en VSC; vamos a la tabla de vapor sobrecalentado e interpolamos para obtener:  $v_8 = 0,47870$  m<sup>3</sup>/kg y  $h_8 = 1526$  kJ/kg. Para calcular el flujo másico de la corriente 8 utilizaremos el volumen específico, ya que nos dan el volumen que entra por segundo  $\Rightarrow \dot{m}_8 = \frac{V_8}{v_8} = 6,50094$  kg/s.

Para la corriente 9, vamos a la tabla de saturación y notamos que se encuentra en VSC; así que vamos a la tabla de vapor sobrecalentado del amoníaco y debemos de realizar una doble interpolación:

T [°C]	P [kPa]	h [kJ/kg]
120	900	1716,05
140	900	1764.55

Ya habiendo definido completamente las corrientes 8 y 9 podemos calcular la potencia del compresor; no nos dicen mayor información sobre este, así que suponemos que es adiabático y por ende no hay potencia calorífica. Realizamos un balance de energía y obtenemos:

$$\dot{m}_8(h_9 - h_8) = -\dot{W}_C \Rightarrow \dot{W}_C = \dot{m}_8(h_8 - h_9) = -1471,97534 \text{ kW}$$

Vayamos al mezclador; sabemos por el funcionamiento del mezclador (o podemos suponer) que  $P_1 = P_2 = P_3$ . Como nos dan calidad en la corriente 2 ( $x_2 = 1$ ) sabemos que está en VS y por ende  $P_2 = P_{sat} = 2000 \text{ kPa}$  y también sabemos que  $h_2 = h_g = 2799,51 \text{ kJ/kg}$ . Para la corriente 1 vamos a la tabla de saturación (entrando por presión) y notamos que  $T_1 > T_{sat} \therefore \text{VSC}$ ; así que vamos a la tabla de vapor sobrecalentado e interpolamos para obtener:  $h_1 = 3084,42 \text{ kJ/kg}$ .

Definamos la corriente 5, nos dan presión y calidad; así que sabemos que se encuentra en MLV; vamos a la tabla de saturación de agua y notamos que  $T_5 = T_{sat} = 120,23 \text{ °C}$  y tomamos los valores que nos interesan:  $h_f = 504,70 \text{ kJ/kg}$  y  $h_g = 2706,7 \text{ kJ/kg}$ ; con la calidad podemos calcular la entalpía de la corriente 5.

$$h_5 = (1 - x)h_f + xh_g = 2640,5715 \text{ kJ/kg}$$

Con los datos actuales no podemos definir ninguna de las corrientes restantes; supondremos que la potencia consumida por el compresor es generada totalmente por la turbina, así que al hacer un balance de energía sobre dicho equipo obtenemos lo siguiente:

$$\dot{m}_4 h_5 - \dot{m}_4 h_4 = -\dot{W}_T \Leftrightarrow h_4 = \frac{\dot{m}_4 h_5 + \dot{W}_T}{\dot{m}_4}$$

Esta expresión no la podemos resolver porque no poseemos el flujo másico 4; pero probablemente tengamos que hacer un tanteo y esta expresión sea útil para ese fin. Hacemos un balance de energía sobre el mezclador y tenemos lo siguiente:

$$\dot{m}_3 h_3 - \dot{m}_2 h_2 - \dot{m}_1 h_1 = 0 \Leftrightarrow h_3 = \frac{\dot{m}_2 h_2 + \dot{m}_1 h_1}{\dot{m}_3}$$

Realizaremos balances de masas para hallar la relación entre  $\dot{m}_1$ ;  $\dot{m}_3$  y  $\dot{m}_4$ ; notamos que en las 2 expresiones anteriores dependen del flujo másico 3 y 4. Hagamos un balance de masa en el mezclador y en el divisor; recordando que  $\dot{m}_7 = \dot{m}_6 = 0,2 \text{ kg/s}$ .

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = \dot{m}_3; \dot{m}_6 + \dot{m}_4 = \dot{m}_3$$

Ahora, sabemos que el divisor conserva las propiedades termodinámicas, lo único que hace es cambiar el flujo másico así que  $h_3 = h_4 = h_6$ . De modo que podemos realizar un tanteo utilizando las expresiones de  $h_3$  y  $h_4$ ; el algoritmo para el tanteo será el siguiente: supondremos un valor para  $\dot{m}_4$ ; luego con ese valor obtenemos  $\dot{m}_3$  y de allí lo sustituimos en las expresiones de  $h_3$  y  $h_4$ , luego restaremos estos dos

valores  $(h_3 - h_4)$  y obtendremos el último ítem del tanteo y repetimos el proceso. Detendremos las iteraciones en lo que haya un cambio de signo en la resta y allí interpolaremos a 0. Comencemos el tanteo:

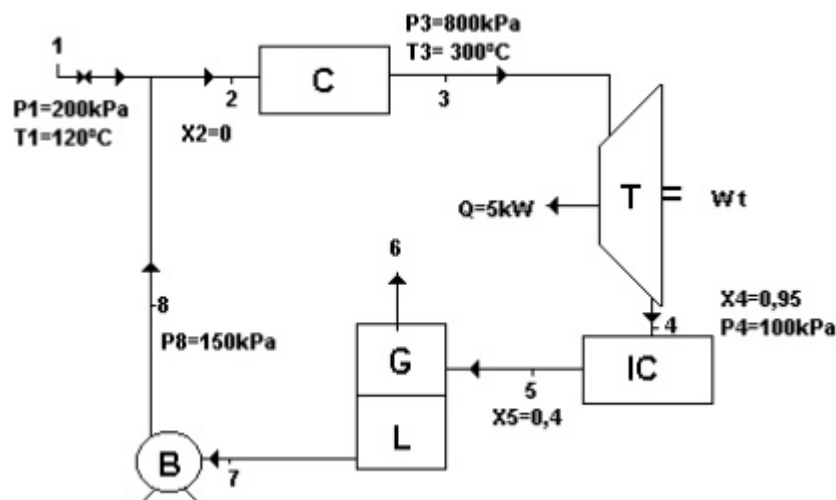
Tanteo				
$\dot{m}_4$ [kg/s]	$\dot{m}_3$ [kg/s]	$h_4$ [kJ/kg]	$h_3$ [kJ/kg]	$h_3 - h_4$ [kJ/kg]
5,00	5,2	2934,9666568	2936,485962	1,51930554
4,90	5,1	2940,974631	2933,585294	-7,38933688

Interpolamos (a 0) y obtenemos que  $\dot{m}_4 \Rightarrow \dot{m}_1 = 2,48294$  kg/s.

2) En el esquema mostrado en la figura se utiliza una corriente de agua a 200 kPa y 120 °C para producir una determinada potencia de la turbina. Considerando el separador adiabático, la bomba adiabática y que no hay pérdidas de presión en el intercambiador, determine:

- La temperatura a la salida del mezclador y la potencia calórica por unidad de masa suministrada en la caldera.
- Potencia generada en la turbina y la potencia suministrada en la bomba.
- Flujo másico de entrada de la turbina.

**NOTA:** La potencia calórica retirada a la corriente 4 en el intercambiador es de 6209,61 kW.



Lo primero que haremos será definir la corriente 1; vamos a la tabla de saturación (nos acercamos por presión) y notamos que  $T_1 < T_{sat}$  así que estamos en LC; la tabla de líquido comprimido comienza a partir de 500 kPa, así que (entrando por  $T = 120$  °C) haremos la aproximación  $h_1 \approx h_f = 503,69$  kJ/kg. Luego de esta

corriente tenemos una válvula, la cual supondremos que se comporta como una válvula ideal que es isoentálpica de modo que:  $h_1 = h_{1'}$ . Tenemos un mezclador (corrientes 1', 2 y 8) así que suponemos que es adiabático, que no hay potencia y que las presiones son iguales, de modo que  $P_{1'} = P_2 = P_8 = 150$  kPa.

Para la corriente 2, nos dan  $x_2 = 0$ , por lo cual se encuentra en LS y sabemos entonces que  $T_2 = T_{sat} = 111,37$  °C y  $h_2 = h_f = 467,08$  kJ/kg. Definimos la corriente 3: al ir a la tabla de saturación notamos que  $T_3 > T_{sat} \therefore$  VSC, vamos a la tabla de vapor sobrecalentado y leemos que  $h_3 = 3056,43$  kJ/kg. Hagamos un balance de energía sobre la caldera para calcula  $q_C$ .

$$\dot{m}_2(h_3 - h_2) = \dot{Q}_C \Rightarrow q_C = h_3 - h_2 = 2589,35 \text{ kJ/kg}$$

Para obtener el flujo másico debemos de utilizar el calor retirado que nos dan del intercambiador de calor. Así que procedemos a definir las corrientes 4 y 5, nos dicen que no ha y caída de presión en el intercambiador (si no nos lo dijeran podríamos suponerlo) que  $P_4 = P_5 = 100$  kPa. Ya que en ambos casos nos dan calidad sabemos que estamos en MLV y  $T_4 = T_5 = T_{sat} = 99,63$  °C. De la tabla obtenemos los datos de las entalpías:  $h_f = 417,44$  kJ/kg y  $h_g = 2675,5$  kJ/kg. Calculemos  $h_4$  y  $h_5$ .

$$\begin{aligned} h_4 &= (1 - x_4)h_f + x_4h_g = 2562,559 \text{ kJ/kg} \\ h_5 &= (1 - x_5)h_f + x_5h_g = 1320,648 \text{ kJ/kg.} \end{aligned}$$

Hagamos un balance de energía sobre el intercambiador de calor (no hay potencia) y la potencia calorífica es retirada, por ende su signo en la ecuación es negativo, al hacer el balance obtenemos lo siguiente:

$$\dot{m}_4(h_5 - h_4) = \dot{Q}_{IC} \Rightarrow \dot{m}_4 = \frac{\dot{Q}_{IC}}{h_5 - h_4} = 5 \text{ kg/s}$$

Para obtener la potencia de la turbina realizamos un balance de energía sobre ésta. Recordemos que los flujos másicos 2, 3, 4 y 5 son iguales. La potencia calorífica de la turbina aparece saliendo de la misma, así que su signo es negativo.

$$\dot{m}_3(h_4 - h_3) = \dot{Q}_T - \dot{W}_T \Rightarrow \dot{W}_T = -\dot{Q}_T + \dot{m}_3(h_3 - h_4) = 2464,355 \text{ kW}$$

Analicemos el flash, este equipo separa el líquido del vapor y por ende  $P_5 = P_6 = P_7 = 100$  kPa. También sabemos que  $h_6 = h_g = 2675,5$  kJ/kg y que  $h_7 = h_f = 417,44$  kJ/kg. Utilicemos la expresión de la calidad para obtener el flujo másico 6.

$$x_5 = \frac{\dot{m}_6}{\dot{m}_5} \Rightarrow \dot{m}_6 = x_5\dot{m}_5 = 2 \text{ kg/s}$$

Realicemos un balance de masa en flash para obtener el flujo másico de la corriente 7:

$$\dot{m}_5 = \dot{m}_6 + \dot{m}_7 \Rightarrow \dot{m}_7 = \dot{m}_5 - \dot{m}_6 = 3 \text{ kg/s}$$

Sólo nos falta obtener la potencia de la bomba, para ello necesitamos definir la corriente 8; nos dirigimos nuevamente al mezclador para ello; realizamos un balance de masa para obtener:

$$\dot{m}_{1'} + \dot{m}_8 = \dot{m}_2 \Rightarrow \dot{m}_2 - \dot{m}_8 = \dot{m}_{1'} = 2 \text{ kg/s}$$

Ahora apliquemos un balance de energía sobre el mezclador para obtener la entalpía de la corriente 8.

$$\dot{m}_2 h_2 - \dot{m}_{1'} h_{1'} - \dot{m}_8 h_8 = 0 \Rightarrow h_8 = \frac{\dot{m}_2 h_2 - \dot{m}_{1'} h_{1'}}{\dot{m}_8} = 442,6733 \text{ kJ/kg}$$

Realicemos un balance de energía sobre la bomba, recordemos que se nos dijo que era adiabática (en caso de no haberlo dicho, podríamos suponerlos a menos que se nos indicara que ésta **no** es adiabática).

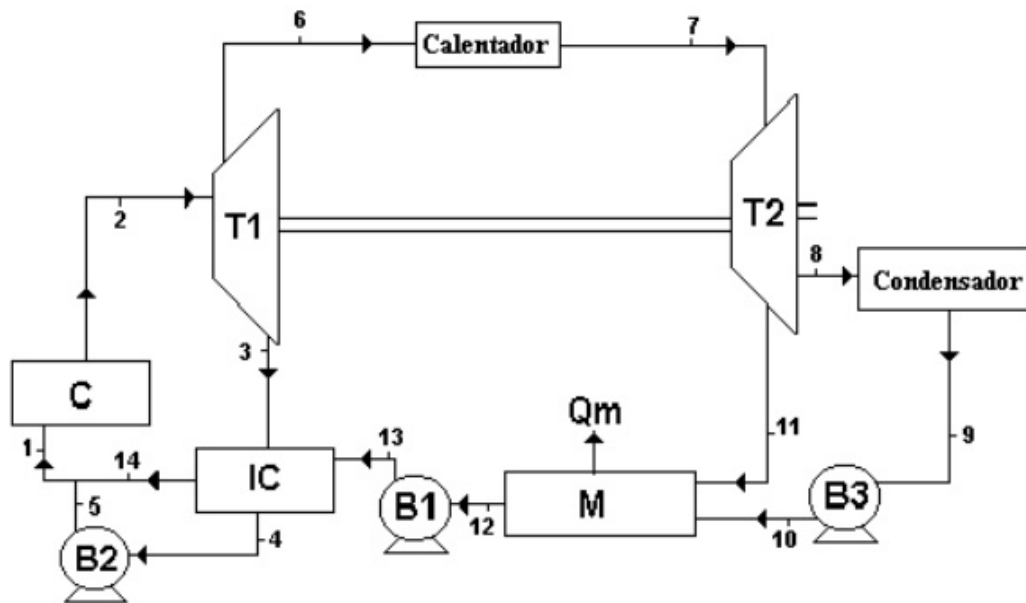
$$\dot{m}_7 (h_8 - h_7) = -\dot{W}_B \Rightarrow \dot{W}_B = \dot{m}_7 (h_7 - h_8) = -75,69 \text{ W}$$

3) Considerando el siguiente ciclo que opera con agua como fluido. Tomando en cuenta que las bombas y turbinas son adiabáticas y que no hay caídas de presión en las tuberías, se desea conocer:

- El estado de cada corriente (P,T,h,x,fase).
- Potencia requerida por las bombas 1 y 2.
- Potencia calórica del condensador y la caldera.
- Potencia generada en la turbina 1.

Se dispone de los siguientes datos:

$|\dot{Q}_{mez}| = 573,75 \text{ kW}$ ;  $|\dot{Q}_{calentador}| = 267,65 \text{ kW}$ ;  $|\dot{W}_{T2}| = 375,45 \text{ kW}$ ;  $|\dot{W}_{B3}| = 10 \text{ kW}$ ;  $P_1 = 15 \text{ MPa}$ ;  $T_1 = 328,6 \text{ °C}$ ;  $T_2 = 450 \text{ °C}$ ;  $P_3 = 0,8 \text{ MPa}$ ;  $x_3 = 0,75$ ;  $x_4 = 0$ ;  $T_5 = 176,3 \text{ °C}$ ;  $P_6 = 8 \text{ MPa}$ ;  $\dot{m}_6 = 0,4 \text{ kg/s}$ ;  $T_7 = 500 \text{ °C}$ ;  $P_8 = 4 \text{ MPa}$ ;  $x_8 = 0,85$ ;  $x_9 = 0$ ;  $P_{10} = 8 \text{ MPa}$ ;  $P_{11} = 1 \text{ MPa}$ ;  $x_{11} = 0,8$ ;  $P_{12} = 5 \text{ MPa}$ ;  $T_{14} = 346 \text{ °C}$ .



Corriente	P [MPa]	T [°C]	h [kJ/kg]	x	fase
1	15	328,6			
2		450			
3	0,8			0,75	
4				0	
5		176,3			
6	8				
7		500			
8	4			0,85	
9				0	
10	8				
11	1			0,8	
12	5				
13					
14		346			

Lo primero que haremos será calcular todas las propiedades termodinámicas de la corriente 1; vamos a la tabla de saturación (entrando por presión) y notamos que  $T_1 < T_{sat} \therefore$  LC; vamos a la tabla de líquido comprimido e interpolamos para obtener:  $h_1 = 1512,79$  kJ/kg.

Vamos al calentador, suponemos que  $P_6 = P_7 = 8$  MPa; definimos la corriente 7, al ir a la tabla de saturación y notamos que  $T_7 > T_{sat} \therefore$  VSC, así que vamos a la tabla de vapor sobrecalentado e interpolamos para obtener:  $h_7 = 3398,27$  kJ/kg. Para obtener la entalpía de la corriente 6 haremos un balance de energía sobre



el calentador, nos dan el módulo del calor, al ser un calentador asumimos que el calor se absorbe (no tendría sentido si el calor es expulsado) y por ende su signo es positivo.

$$\dot{m}_6 h_7 - \dot{m}_6 h_6 = \dot{Q}_{calentador} \Rightarrow h_6 = \frac{\dot{m}_6 h_7 - \dot{Q}_{calentador}}{\dot{m}_6} = 2729,145 \text{ kJ/kg}$$

Vamos a la tabla de saturación de agua (entrando por presión) y notamos que:  $h_f = 1316,6 \text{ kJ/kg}$  y  $h_g = 2758,0 \text{ kJ/kg}$ ; entonces  $h_f < h_6 < h_g$  de modo que estamos en MLV y  $T_6 = T_{sat} = 295,06 \text{ °C}$ . Calculemos la calidad:

$$x_6 = \frac{h_6 - h_f}{h_g - h_f} = 0,98$$

Tenemos únicamente el flujo másico 6, así que tratemos de encontrar los otros flujos másicos, para ello utilizaremos la potencia de la turbina 2 (que nos la dan); pero antes de ello debemos de definir completamente las corrientes 8 y 11. Ya que poseemos 2 propiedades termodinámicas independientes podemos definir completamente dichas corrientes.

Para la corriente 8: nos dan calidad, así que sabemos que se encuentra en MLV y al observar la tabla de saturación notamos que  $T_8 = T_{sat} = 250,40 \text{ °C}$ ; también anotamos otros datos que necesitaremos  $h_f = 1087,3 \text{ kJ/kg}$  y  $h_g = 2801,4 \text{ kJ/kg}$ . Calculemos la entalpía de esta corriente:

$$h_8 = (1 - x_8)h_f + x_8 h_g = 2544,2665 \text{ kJ/kg}$$

En la corriente 11 también nos dan calidad, así que se encuentra en MLV; vamos a la tabla de saturación y sabemos que  $T_{11} = T_{sat} = 179,91 \text{ °C}$ , también tomamos otros datos que nos interesan  $h_f = 762,81 \text{ kJ/kg}$  y  $h_g = 2778,1 \text{ kJ/kg}$ . Calculemos la entalpía de la corriente 11:

$$h_{11} = (1 - x_{11})h_f + x_{11}h_g = 2375,022 \text{ kJ/kg}$$

Hagamos un balance de masa en la turbina y un balance de energía, luego de tener una relación entre los flujos másicos 8 y 11, sustituiremos la expresión en el balance de energía para así obtener uno de los flujos. Suponemos que la turbina es adiabática y por ende no hay potencia calorífica, la potencia de la turbina tiene signo negativo (lo sabemos por la función del equipo, no tiene sentido que una turbina consuma potencia)

$$\dot{m}_7 = \dot{m}_8 + \dot{m}_{11} \Rightarrow \dot{m}_{11} = \dot{m}_7 - \dot{m}_8$$

$$\dot{m}_8 h_8 + \dot{m}_{11} h_{11} - \dot{m}_7 h_7 = -\dot{W}_{T2} \Leftrightarrow \dot{m}_8 h_8 + \dot{m}_7 h_{11} - \dot{m}_8 h_{11} = -\dot{W}_{T2}$$

$$\Rightarrow \dot{m}_8 = \frac{-\dot{W}_{T2} + \dot{m}_7 h_7 - \dot{m}_7 h_{11}}{h_8 - h_{11}} = 0,20 \text{ kg/s} \Rightarrow \dot{m}_{11} = 0,20 \text{ kg/s}$$

Para el condensador, suponemos que las presiones de entrada y salidas son iguales, por ende  $P_8 = P_9 = 4 \text{ MPa}$  y como nos dicen que  $x_9 = 0$  estamos en LS y por ende  $T_9 = T_{sat} = 250,40 \text{ °C}$  y  $h_9 = h_f = 1087,29 \text{ kJ/kg}$ . Realicemos un balance de energía en el condensador, recordemos que éste no genera potencia, de modo que el balance es el siguiente:

$$\dot{m}_8(h_9 - h_8) = \dot{Q}_{cond} = -291,3953 \text{ kW}$$

Ahora haremos un balance de energía sobre la bomba para obtener la entalpía de la corriente 10. Nos dan la potencia de la bomba, al ser una bomba (comprime) el signo es negativo (es necesario tener en cuenta la función de la bomba).

$$\dot{m}_9 h_{10} - \dot{m}_9 h_9 = -\dot{W}_{B3} \Rightarrow h_{10} = \frac{-\dot{W}_{B3} + \dot{m}_9 h_9}{\dot{m}_9} = 1137,29 \text{ kJ/kg}$$

Vamos a la tabla de saturación (entrando por presión) y notamos que  $h_{10} < h_f \therefore$  LC; intentamos interpolar por la tabla de líquido comprimido y notamos que es difícil, así que con la aproximación de  $h_{10} \approx h_f$  cuando se entra por temperatura, así que interpolamos de la tabla de saturación y obtenemos que  $T_{10} = 260,589 \text{ °C}$ . Realicemos un balance de masa en el mezclador y un balance de energía para obtener el la entalpía de la corriente 12. En el diagrama se ve que la potencia calorífica sale del mezclador, así que su signo es negativo. Hagamos los balances:

$$\dot{m}_{12} = \dot{m}_{10} + \dot{m}_{11} = 0,4 \text{ kg/s}$$

$$\dot{m}_{12} h_{12} - \dot{m}_{11} h_{11} - \dot{m}_{10} h_{10} = \dot{Q}_{mez}$$

$$\Rightarrow h_{12} = \frac{\dot{m}_{11} + \dot{m}_{10} h_{10} + \dot{Q}_{mez}}{\dot{m}_{12}} = 321,781 \text{ kJ/kg}$$

Observamos la tabla de saturación del agua y notamos que  $h_{12} < h_f \therefore$  LC, vamos a la tabla de líquido comprimido e interpolamos para obtener:  $T_{12} = 77,15 \text{ °C}$ .

Definamos las otras corrientes que podamos, en la caldera (ya que no poseemos ningún otro dato) suponemos que las presiones de entrada y salida son iguales (no nos dicen lo contrario, como sucede en el mezclador anterior y no podemos hacer dicha suposición), así que  $P_1 = P_2 = 15 \text{ MPa}$ . Definamos la corriente 2, entrando por presión tenemos que  $T_2 > T_{sat} \therefore$  VSC, así que vamos a la tabla de vapor sobrecalentado y obtenemos que  $h_2 = 3156,15 \text{ kJ/kg}$ . Para el segundo mezclador (corrientes 1, 5 y 14) suponemos que las presiones son iguales y por

ende  $P_1 = P_5 = P_{14} = 15$  MPa.

Definamos la corriente 5; al entrar por presión en la tabla de saturación observamos que  $T_5 < T_{sat} \therefore$  LC; buscamos en la tabla de líquido comprimido e interpolamos obteniendo  $h_5 = 754,494$  kJ/kg.

Para la corriente 14 realizamos el mismo procedimiento, al entrar por presión notamos que  $T_{14} > T_{sat} \therefore$  VSC, nos dirigimos a la tabla de vapor sobrecalentado e interpolamos para obtener  $h_{14} = 2650,18$  kJ/kg.

Ahora realizaremos un balance de masa y dejaremos una de las dos incógnitas en función de otra, luego sustituiremos esa expresión en el balance de energía del mezclador 2, de allí obtendremos los valores de los flujos másicos. Recordemos que  $\dot{m}_{14} = \dot{m}_{13} = \dot{m}_{12} = 0,4$  kg/s.

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_{14} + \dot{m}_5$$

$$\dot{m}_1 h_1 = \dot{m}_{14} h_{14} + \dot{m}_5 h_5 \Leftrightarrow \dot{m}_{14} h_1 + \dot{m}_5 h_1 = \dot{m}_{14} h_{14} + \dot{m}_5 h_5$$

$$\Rightarrow \dot{m}_5 = \frac{\dot{m}_{14}(h_{14} - h_1)}{h_1 - h_{14}} = 0,6 \text{ kg/s} \Rightarrow \dot{m}_1 = 1 \text{ kg/s}$$

Ahora sí podemos calcular la potencia calorífica de la caldera, hagamos un balance de energía en dicho equipo:

$$\dot{m}_1(h_2 - h_1) = \dot{Q}_{cal} = 1643,36 \text{ kW}$$

Definamos la corriente 3, nos dan calidad así que se encuentra en MLV y por ende  $T_3 = T_{sat} = 170,43$  °C; de la tabla también tomamos los otros datos que nos interesan  $h_f = 721,10$  kJ/kg y  $h_g = 2769,1$  kJ/kg. Calculemos la entalpía de esta corriente:

$$h_3 = (1 - x_3)h_f + x_3h_g = 2257,1225 \text{ kJ/kg}$$

Realicemos un balance de energía sobre la turbina 1 para obtener su potencia, sabemos que es adiabática y por ende no hay potencia calorífica.

$$\dot{m}_3 h_3 + \dot{m}_6 h_6 - \dot{m}_2 h_2 = -\dot{W}_{T1} \Rightarrow \dot{W}_{T1} = 710,2185 \text{ kW}$$

Debemos de definir la corriente 4, sabemos por el intercambiador de calor cerrado que  $P_3 = P_4 = 0,8$  MPa y nos dicen que  $x_4 = 0$  así que tenemos LS y  $T_4 = T_{sat} = 170,43$  °C y  $h_4 = h_f = 721,10$  kJ/kg. Hagamos un balance de energía sobre la bomba 2 y obtengamos su potencia.

$$\dot{m}_4(h_4 - h_3) = -\dot{W}_{B2} \Rightarrow \dot{W}_{B2} = -20,53 \text{ kW}$$

Hagamos un balance de energía en el intercambiador de calor cerrado para calcular la entalpía de la corriente 13. Suponemos que es adiabático.

$$\dot{m}_{14}(h_{14} - h_{13}) + \dot{m}_4(h_4 - h_3) = 0 \Rightarrow h_{13} = \frac{\dot{m}_{14}h_{14} + \dot{m}_4(h_4 - h_3)}{\dot{m}_{14}} = 346,14 \text{ kJ/kg}$$

Definamos la corriente 13 completamente, entramos por presión en la tabla de saturación y noamos que  $h_{13} < h_f \therefore$  LC; así que haremos la aproximación  $h_{13} \approx h_f$  cuando entramos por temperatura, así que interpolamos en la tabla de saturación y obtenemos:  $T_{13} = 79,845 \text{ }^\circ\text{C}$ . Finalmente hagamos un balance de energía en la bomba 1 para obtener su potencia.

$$\dot{m}_{13}(h_{13} - h_{12}) = -\dot{W}_{B1} \Rightarrow \dot{W}_{B1} = -9,748 \text{ kW}$$

La tabla final con todas las corrientes definidas es la siguiente:

Corriente	P [MPa]	T [ $^\circ\text{C}$ ]	h [kJ/kg]	x	fase
1	15	328,6	1512,79	NE	LC
2	15	450	3156	NE	VSC
3	0,8	170,43	2257,12	0,75	MLV
4	0,8	170,43	721,10	0	LS
5	15	176,3	754,49	NE	LC
6	8	295,06	2729,145	0,98	MLV
7	8	500	3398,27	NE	VSC
8	4	250,40	2544,27	0,85	MLV
9	4	250,40	1087,29	0	LS
10	8	260,59	1137,29	NE	LC
11	1	179,91	2375,022	0,8	MLV
12	5	77,15	321,78	NE	LC
13	15	79,845	346,15	NE	LC
14	15	346	2560,18	NE	VSC

### 2.3. Recomendaciones para este parcial

Es indispensable comprender la primera ley, que al fin y al cabo podemos ver los ejercicios como por casos, aquellos que son sistemas cerrados, sistemas abiertos en estado estacionario y de flujo uniforme. Para sistemas cerrados **siempre** se utiliza la energía interna ( $u$ ), para sistemas abiertos en EE se utiliza la entalpía y para FEU utilizamos tanto energía interna como entalpía (casi siempre es entalpía de entrada). De modo que los ejercicios siempre tienen un patrón o resultan metódicos, por esta razón es importante comprender la primera ley.

Algo nuevo de esta clase de ejercicios, es que pueden aparecer ecuaciones diferenciales a variable separable (es bastante raro); también es indispensable recordar las formas de calcular el trabajo que sabíamos del parcial pasado, porque probablemente nos sean útiles cuando tengamos que realizar un balance de energía y no haya forma de obtener mayor información. Esto aplica únicamente para los problemas cilindro-pistón y/ tanque.

Una novedad para este parcial es que ahora pueden haber tanteos con calidad, la calidad funciona igual para  $u$  y  $h$  como lo hacía para el volumen específico; así que no debemos de sorprendernos si hay que manipular algebraicamente alguna fórmula para obtener las ecuaciones necesarias para el tanteo.

Es recomendable leer y conocer a detalle la función y especificaciones de todos los equipos que pueden aparecer en los ciclos, ya que esto nos ayudará a interpretar los datos que nos den y saber si tiene lógica o no nuestro planteamiento. Además, al tener este conocimiento podremos hacer suposiciones coherentes y que nos permitan resolver el ejercicio.

**Casi siempre**, las suposiciones las debemos de hacer cuando ya no exista forma alguna de definir una corriente o estado, pero del resto no se deben de hacer suposiciones innecesarias. La clave está en ver todo como una sistema de ecuaciones y obtener  $n$  ecuaciones y  $n$  incógnitas para definir todas las corrientes/estados.

### 3. Tercer parcial

#### 3.1. Segunda ley: Problemas cilindro-pistón

1) Se desea enfriar un cuarto a  $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Se dispone de un reservorio a  $200\text{ }^{\circ}\text{C}$  y del medio ambiente a  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$  para hacer funcionar una máquina térmica que a su vez hace funcionar un sistema de refrigeración. Determine la relación de calor transferido entre la fuente de mayor y la de menor temperatura, suponiendo que se utilizan máquinas reversibles en cada proceso.

Lo primero que haremos será plantear el problema, sabemos que una máquina térmica retira calor del reservorio de alta temperatura y cede calor al reservorio de baja temperatura; en este equipo se genera trabajo. Para la bomba calorífica (o sistema de refrigeración), se extrae calor del reservorio a baja temperatura y se cede calor al reservorio de alta temperatura; este equipo recibe trabajo. Denotaremos al reservorio de alta temperatura de la máquina térmica como  $T_{H1}$  y al de baja temperatura como  $T_{L1}$ ; para la bomba calorífica tendremos: al de alta temperatura como  $T_{H2}$  y el de baja temperatura  $T_{L2}$ .

En este caso como nos dicen que supongamos que ambas son reversibles, la desigualdad de Classius se convierte en una igualdad y se supone que todo el trabajo realizado por las máquina térmica es utilizado por la bomba calorífica. Lo que nos piden es  $\frac{Q_{H1}}{Q_{L2}}$

$$\Delta S_{univ} = 0 \Leftrightarrow \frac{|Q_{L1}|}{T_{L1}} = \frac{|Q_{H1}|}{T_{H1}} \Rightarrow Q_{L1} = -\frac{303,15\text{ K}}{473,15\text{ K}}Q_{H1} = -0,640705907Q_{H1}$$

Calculemos el trabajo realizado, por la máquina térmica, que no es más que las sumas de ambos calores:

$$W_1 = Q_{H1} + Q_{L1} = Q_{H1} - 0,640705907Q_{H1} = 0,359294093Q_{H1}$$

Realicemos el mismo procedimiento para calcular la relación entre los calores para la bomba calorífica. Aplicamos la desigualdad de Classius para una máquina reversible

$$\Delta S_{univ} = 0 \Leftrightarrow \frac{|Q_{H2}|}{T_{H2}} = \frac{|Q_{L2}|}{T_{L2}} \Rightarrow Q_{H2} = -\frac{303,15\text{ K}}{243,15\text{ K}}Q_{L2} = -1,246761258Q_{L2}$$

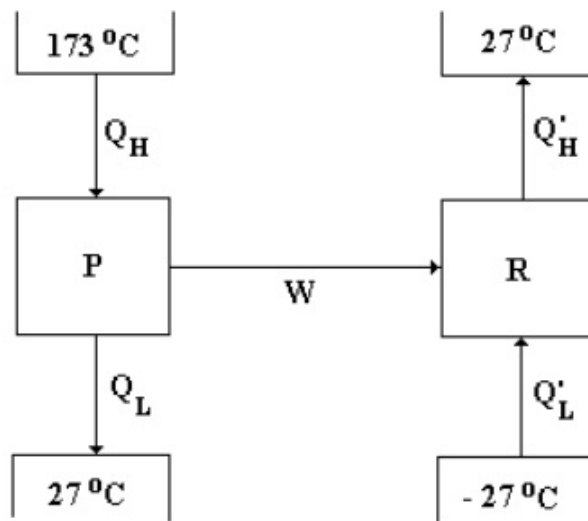
Calculemos el trabajo realizado (o recibido en este caso) por la bomba.

$$W_2 = Q_{L2} + Q_{H2} = Q_{L2} - 1,246761258Q_{L2} = 0,24671258Q_{L2}$$

Ya que supusimos que el trabajo realizado por la máquina térmica era el mismo recibido por la bomba tenemos que:

$$W_1 = -W_2 \Leftrightarrow 0,35294093Q_{H1} = 0,246761258Q_{L2} \Rightarrow \frac{Q_{H1}}{Q_{L2}} = 0,686794642$$

2) Considere dos máquinas térmicas reversibles acopladas, tal como se muestra en la figura. Si  $Q_H = 300$  kJ, determine  $Q_L, Q'_L$  y  $Q'_H$ .



Este problema es bastante similar al anterior, la única diferencia es que ahora sí poseemos datos suficientes para obtener todos los calores, ya que nos dicen que ambas máquinas son reversibles, aplicamos la desigualdad de Classius para la primera de éstas y obtenemos:

$$\Delta S_{univ} = 0 \Leftrightarrow \frac{|Q_H|}{T_H} = \frac{|Q_L|}{T_L} \Rightarrow Q_L = -\frac{T_L}{T_H}Q_H = -201,8267399 \text{ kJ}$$

Calculemos el trabajo realizado por la primera máquina térmica (recordando que al hacer un balance de energía resulta ser la suma de los 2 calores).

$$W_1 = Q_L + Q_H = 98,17326011 \text{ kJ}$$

El segundo equipo es un sistema de refrigeración, sabemos que es reversible así que podemos aplicar de nuevo la desigualdad de Classius para obtener una relación entre los calores.

$$\Delta S_{univ} = 0 \Leftrightarrow \frac{|Q'_H|}{T'_H} = \frac{|Q'_L|}{T'_L} \Rightarrow Q'_H = -\frac{T'_H}{T'_L}Q'_L = -1,219378428Q'_L$$

Calculemos el trabajo de la bomba calorífica:

$$W_2 = Q'_H + Q'_L = -1,219378428Q'_L + Q_L = -0,219378428Q'_L$$

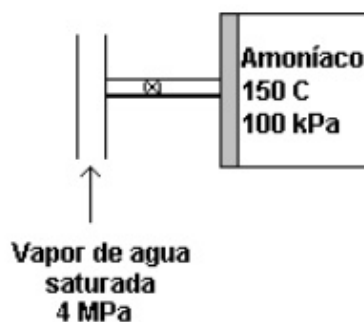
Ahora, por el dibujo sabemos que el trabajo generado por un equipo es igual al consumido por el otro.

$$W_1 = -W_2 \Rightarrow 98,17326011 \text{ kJ} = 0,219378428Q'_L \Rightarrow Q'_L = 447,506444 \text{ kJ}$$

$$Q'_H = -1,219378428Q'_L = 545,6797042 \text{ kJ}$$

3) Por una tubería circula vapor de agua saturada a 4 MPa. Conectado a esa tubería por medio de una válvula (inicialmente cerrada), se tiene un tanque rígido de  $1 \text{ m}^3$  con amoníaco a  $150 \text{ °C}$  y  $100 \text{ kPa}$  y un pistón aislante, sin fricción y de espesor despreciable como es indica en la figura. Se abre la válvula lentamente hasta que el agua deja de fluir al tanque y simultáneamente el amoníaco intercambia calor con el ambiente, de manera que su temperatura permanece constante. Determine:

- El calor intercambiado con el ambiente.
- El estado final del agua (P,T,v,u,s).
- La masa final de agua en el tanque.
- Si el proceso es posible.



### Estado 1

Primero definamos completamente la corriente de entrada de agua, ya que nos dicen que es vapor saturado, sabemos que  $T_{A1} = T_{sat} = 250,40 \text{ °C}$ . Y todas las propiedades termodinámicas corresponden a las de VS; así que  $v_{A1} = 0,04978 \text{ m}^3/\text{kg}$ ;  $h_{A1} = 2801,38 \text{ kJ/kg}$ ;  $u_{A1} = 2602,27 \text{ kJ/kg}$  y  $s = 6,0700 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}$ .

Para el  $\text{NH}_3$  nos dirigimos a su tabla de saturación y notamos que  $T_{B1} > T_{sat} \therefore$



VSC, así que vamos a la tabla de vapor sobrecalentado e interpolamos para obtener:  $u_{B1} = 1600,1$  kJ/kg;  $v_{B1} = 2,0601$  kJ/kg;  $s_{B1} = 7,09895$  kJ/K·kg. Con estos datos podemos calcular la masa de amoníaco:

$$v_{B1} = \frac{V_{B1}}{m_B} \Rightarrow m_B = \frac{V_{B1}}{v_{B1}} = 0,485413329 \text{ kg}$$

## Estado 2

En este estado nos dicen que la temperatura del amoníaco permanece constante así que  $T_{B2} = T_{B1} = 150$  °C; y que se abre la válvula **lentamente** hasta el agua deja de fluir, lo cual podemos interpretar que el pistón se ha detenido y se encuentra en equilibrio dinámico, lo cual implica que la presión del amoníaco es igual a la de la corriente de entrada (la válvula no estrangula) y entonces  $P_{B2} = 4$  MPa. Al ir a la tabla de saturación notamos que el amoníaco se encuentra en VSC, así que vamos a la tabla de vapor sobrecalentado y debemos de realizar una doble interpolación:

T [°C]	P [MPa]	s [kJ/K·kg]	u [kJ/kg]	v [ $m^3/kg$ ]
150	2	5,56365	1569,6	0,097315
150	5	4,98295	1514,65	0,034965

$$\Rightarrow T_{B2} = 150 \text{ °C}; P_{B2} = 4 \text{ MPa}; s_{B2} = 5,17651 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}; u_{B2} = 1532,9667 \text{ kJ/kg}; \\ v_{B2} = 0,0574833 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Como poseemos la masa del amoníaco (del estado 1) podemos calcular el volumen físico que ocupa:

$$v_{B2} \frac{V_{B2}}{m_B} \Rightarrow V_{B2} = v_{B2} m_B = 0,02790316 \text{ m}^3$$

Ya que el tanque es un cuerpo rígido sabemos que su volumen es constante, así que con el volumen físico del amoníaco podemos saber el volumen físico que ocupa el agua en el estado 2:

$$1 = V_{B2} + V_{H_2O} \Rightarrow V_{H_2O} = 1 - V_{B2} = 0,97209684 \text{ m}^3 = v_{H_2O} m_{H_2O}$$

Ya que nos dicen que que la válvula se abre lentamente podemos suponer que el proceso es reversible y por ende la entropía generada por el universo es 0, apliquemos la segunda ley al amoníaco para ver qué obtenemos:

$$\Delta S_{univ} = 0 \Leftrightarrow m_B (s_{B2} - s_{B1}) = \frac{Q_{sis}}{T_B} \Rightarrow Q_{sis} = T_B m_B (s_{B2} - s_{B1}) = -394,8743 \text{ kJ}$$

Para determinar la masa del agua probablemente tengamos que realizar un tanteo, hagamos un balance de energía para todo el sistema (agua + amoníaco) en este caso no hay trabajo ya que el volumen es constante.

$$m_{(2)H_2O}u_{A2} - m_{(1)H_2O}u_{A1} + m_B(u_{B2} - u_{B1}) = Q + m_{(e)H_2O}$$

Ya que en el estado 1 no había agua dentro del tanque entonces la masa de agua en el estado 1 es 0 y la masa que entra al tanque es igual a la masa de agua del estado 2, de modo que podemos simplificarlo a 1 sola incógnita:

$$m_{H_2O}u_{A2} = -m_B(u_{B2} - u_{B1}) + Q + m_{H_2O}h_e \Rightarrow m_{H_2O} = \frac{m_B(u_{B1} - u_{B2}) + Q}{u_{A2} - h_e}$$

$$\Rightarrow m_{H_2O} = \frac{-362,2869014}{u_{A2} - 2801,38}$$

Tenemos dos ecuaciones que relacionan a la masa del agua, las cuales las obtuvimos del volumen físico del agua y del balance de energía global respectivamente. Debemos de realizar un tanteo para obtener la masa de agua dentro del tanque; el algoritmo será el siguiente:

Supondremos una temperatura del agua (comenzaremos con temperaturas de VSC), para dicha T y presión leeremos los valores de volumen específico y energía interna, luego sustituimos el primer valor en la ecuación de volumen física y obtenemos la masa ( $m_{cal1}$ ); luego sustituimos el valor de la energía interna en el balance de la primera ley y obtenemos la otra masa ( $m_{cal2}$ ) y restamos  $m_{cal1} - m_{cal2}$ ; de allí repetimos el mismo procedimiento hasta que haya un cambio de signo en el último de ítem e interpolamos a 0.

Tanteo					
$T_{sup}$ [°C]	$v_{A2}$ [ $m^3/kg$ ]	$m_{cal1}$ [kg]	$u_{A2}$ [kJ/kg]	$m_{cal2}$ [kg]	$m_{cal1} - m_{cal2}$ [kg]
300	0,05884	16,52102039	2725,33	4,763655875	11,75736452
330	0,063406	15,33130682	2786,122	23,74334967	-8,412642854

Interpolamos (a 0) entre estas 2 temperaturas y obtenemos:  $T_{A2} = 317,4879177$  °C;  $P_{A2} = 4$  MPa;  $v_{A2} = 0,061501661$   $m^3/kg$ ;  $u_{A2} = 2760,7675$  kJ/kg;  $s_{A2} = 6,43855$  kJ/K·kg y  $m_{H_2O} = 15,80602579$  kg.

Para calcular si el proceso es posible o no, calcularemos  $\Delta S_{univ}$  de todo (amoníaco + agua), apliquemos la segunda ley al sistema y a los alrededores, ya que no nos dicen la temperatura del ambiente, supondremos que ésta es 25°C.

$$\Delta S_{sis} = m_{H_2O}s_{A2} + m_B(s_{B2} - s_{B1})$$

$$\Delta S_{alr} = -m_s s_s + \frac{-Q_{sis}}{T_{alr}}$$

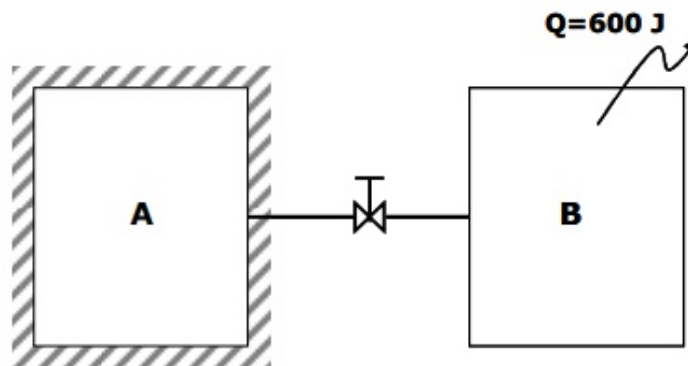
Esa masa de salida que se coloca allí corresponde a la masa que sale de los alrededores (que es la misma masa de agua que entra al sistema) y corresponde a la entropía de entrada al **sistema**. Así que tendríamos los siguiente:

$$\Delta S_{univ} = \Delta S_{sis} + \Delta S_{alr} = 6,216511231 \text{ kJ/K}$$

Como  $\Delta S_{univ} > 0$  el proceso es posible e irreversible.

4) Dos tanques rígidos están conectados por una válvula. El tanque A está aislado y contiene  $0,2 \text{ m}^3$  de vapor de agua a  $400 \text{ kPa}$  y  $80\%$  de calidad. El tanque B no está aislado y contiene  $3 \text{ kg}$  de vapor de agua a  $200 \text{ kPa}$  y  $250 \text{ °C}$ . Se abre la válvula y fluye vapor del tanque A al B hasta que la presión del tanque A llega a  $300 \text{ kPa}$ . Durante el proceso se transfieren  $600 \text{ kJ}$  de calor de B hacia los alrededores que están a  $0 \text{ °C}$ . Suponiendo que el vapor que queda en A ha sufrido un proceso adiabático reversible, determinar:

- La temperatura final en cada tanque.
- La entropía generada durante el proceso.



### Estado 1

Para el estado 1 en el tanque A nos dan calidad, lo cual nos indica que se encuentra en MLV y por ende se encuentra en saturación, vamos a la tabla de saturación del agua y notamos que  $400 \text{ kPa}$   $T_{sat} = T_{A1} = 143,63 \text{ °C}$ . También tomamos otros valores que nos interesan:  $v_f = 0,001084 \text{ m}^3/\text{kg}$ ;  $v_g = 0,4625 \text{ m}^3/\text{kg}$ ;  $u_f = 604,29 \text{ kJ/kg}$ ;  $u_g = 2553,6 \text{ kJ/kg}$ ;  $s_f = 1,7766 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}$  y  $s_g = 6,8958 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}$ . Calculemos las otras propiedades termodinámicas de este tanque:

$$\begin{cases} v_{A1} = (1 - x_{A1})v_f + x_{A1}v_g = 0,3701848 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_{A1} = (1 - x_{A1})u_f + x_{A1}u_g = 2163,698 \text{ kJ/kg} \\ s_{A1} = (1 - x_{A1})s_f + x_{A1}s_g = 5,87196 \text{ kJ/K} \cdot \text{kg} \end{cases}$$

Ya que poseemos el volumen físico del tanque A y el volumen específico podemos calcular la masa de agua dentro del tanque A:

$$v_{A1} = \frac{V_{A1}}{m_{A1}} \Rightarrow m_{A1} = \frac{V_{A1}}{v_{A1}} = 0,540270697 \text{ kg}$$

Para el tanque B poseemos temperatura y presión, así que vamos a la tabla de saturación del agua (entrando por 200 kPa) y notamos que  $T_{B1} > T_{sat} \therefore$  VSC, así que nos dirigimos a la tabla de vapor sobrecalentado y obtenemos los siguiente valores:  $v_{B1} = 1,19880 \text{ m}^3/\text{kg}$ ;  $u_{B1} = 2731,22 \text{ kJ/kg}$  y  $s_{B1} = 7,7085 \text{ kJ/K} \cdot \text{kg}$ . Como tenemos el volumen específico y la masa de agua podemos calcular el volumen físico del tanque B.

$$v_{B1} = \frac{V_{B1}}{m_{B1}} \Rightarrow V_{B1} = m_{B1}v_{B1} = 3,5964 \text{ m}^3$$

## Estado 2

No nos dicen si ambos tanques llegan al equilibrio, así que suponemos que no lo hacen y está en una especie de estado transitorio (lo lógico sería que sí lleguen a la misma presión); así que primero iremos con el tanque A, que nos dicen que ha sufrido un proceso adiabático y reversible, así que suponemos que su  $s$  se mantuvo constante y  $s_{A1} = s_{A2} = 5,87196 \text{ kJ/K} \cdot \text{kg}$ .

$$\Delta S_{sis} = s_{A2}m_{A2} - s_{A1}m_{A1} \text{ y } \Delta S_{alr} = -m_s s_s = -(m_{A2} - m_{A1})s_{A1}$$

$$\Delta S_{univ} = s_{A2}m_{A2} - s_{A1}m_{A1} - m_{A2}s_{A1} + m_{A1}s_{A1} \Rightarrow s_{A2} = s_{A1}$$

Ya que poseemos la presión vamos a la tabla y notamos que  $s_f = 1,6717 \text{ kJ/K} \cdot \text{kg}$  y  $s_g = 6,9918 \text{ kJ/K} \cdot \text{kg} \Rightarrow s_f < s_{A2} < s_g \therefore$  MLV y  $T_{sat} = T_{A2} = 133,55 \text{ }^\circ\text{C}$ . Calculemos la calidad y las otras propiedades, sabiendo que:  $v_f = 0,001073 \text{ m}^3/\text{kg}$ ;  $v_g = 0,6058 \text{ m}^3/\text{kg}$ ;  $u_f = 561,13 \text{ kJ/kg}$  y  $u_g = 2543,6 \text{ kJ/kg}$ .

$$x_{A2} = \frac{s_{A2} - s_f}{s_g - s_f} = 0,789507716$$

$$\begin{cases} v_{A2} = (1 - x_{A2})v_f + x_{A2}v_g = 0,470509632 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u_{A2} = (1 - x_{A2})u_f + x_{A2}u_g = 2126,305362 \text{ kJ/kg} \end{cases}$$

Como tenemos el volumen físico del tanque A (es un cuerpo rígido) y el volumen específico, podemos calcular la masa que hay en el tanque A.

$$v_{A2} = \frac{V_{A2}}{m_{A2}} \Rightarrow m_{A2} = \frac{V_{A2}}{v_{A2}} = 0,417964417 \text{ kg} \Rightarrow m_s = 0,12230628 \text{ kg}$$

Para el tanque B, ahora poseemos la masa del tanque B que es 3,12230628 kg y podemos calcular el volumen específico en este estado.

$$v_{B2} = \frac{V_{B2}}{m_{B2}} = 1,151840876 \text{ m}^3/\text{kg}$$

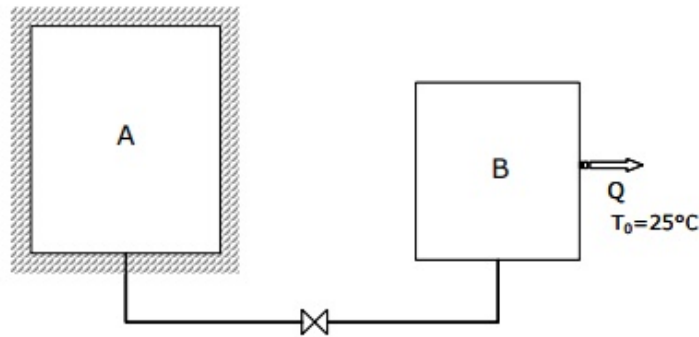
Realicemos un balance de energía sobre todo el sistema (tanque A +B) para obtener la energía interna de B en el estado 2. Recordemos que el calor sale del tanque B a los alrededores, de modo que su signo es negativo según la convención.

$$\begin{aligned} u_{B2}m_{B2} - u_{B1}m_{B1} + m_{A2}u_{A2} - m_{A1}u_{A1} &= Q \\ \Rightarrow u_{B2} &= \frac{m_{A1}u_{A1} - m_{A2}u_{A2} + Q + u_{B1}m_{B1}}{m_{B2}} = 2521,829039 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Al interpolar notamos que  $T = 113,34 \text{ }^\circ\text{C}$  se encontraría en VS según la energía interna y a  $T = 111,655081 \text{ }^\circ\text{C}$  sería VS según el volumen específico, en este caso habría que hacer un tanteo con las calidades suponiendo alguna presión, leyendo los datos de los volúmenes específicos  $v_g$  y  $v_f$ , las energías internas  $u_f$  y  $u_g$ , de modo que se calculen las calidades con cada una de ellas e ir comparando hasta que su resta sea 0, es decir haciendo un tanteo. Esto se deja como ejercicio para el lector. Nosotros utilizaremos la aproximación y diremos que  $T_{B2} = 113,34 \text{ }^\circ\text{C}$  y  $s_{B2} \approx s_g = 7,20154047 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}$ . Apliquemos la segunda ley y calculemos la entropía generada.

$$\Delta S_{univ} = m_{B2}s_{B2} - m_{B1}s_{B1} + m_{A2}s_{A2} - m_{A1}s_{A1} + \frac{-Q}{T_{alr}} = 0,838332728 \text{ kJ/K}$$

5) Se tiene el proceso que se muestra en la figura, que consiste de dos tanques rígidos unidos por una línea con una válvula. El tanque A está aislado, tiene un volumen de  $0,6 \text{ m}^3$  y está inicialmente lleno con vapor de agua a  $1,4 \text{ MPa}$  y  $300 \text{ }^\circ\text{C}$ . El tanque B no tiene aislamiento, tiene un volumen de  $0,3 \text{ m}^3$  y está inicialmente lleno con vapor de agua a  $0,2 \text{ MPa}$  y  $200 \text{ }^\circ\text{C}$ . La válvula que conecta los dos tanques se abre y el vapor fluye hasta que la temperatura en A es  $250 \text{ }^\circ\text{C}$  y en ese momento se cierra la válvula. Durante el proceso se transfiere calor hacia el



ambiente (que está a 25 °C) de tal forma que B se mantenga a una temperatura de 200 °C. Puede suponerse que el vapor que queda en A ha sufrido una expansión adiabática y reversible. Determinar:

- La presión final en cada tanque.
- La masa final en cada tanque.
- El cambio de entropía del universo.

### Estado 1

Comenzamos definiendo el estado 1 en el tanque A, para ello vamos a la tabla de saturación (entrando por presión) y notamos que  $T_{A1} > T_{sat} \therefore$  VSC, así que nos dirigimos a la tabla de vapor sobrecalentado y obtenemos las siguientes propiedades:  $v_{A1} = 0,18228 \text{ m}^3/\text{kg}$ ;  $u_{A1} = 2785,16 \text{ kJ/kg}$ ;  $s_{A1} = 6,9533 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}$ . Ya que tenemos el volumen específico y el volumen físico del tanque podemos calcular la masa de agua en el tanque A.

$$v_{A1} = \frac{V_{A1}}{m_{A1}} \Rightarrow m_{A1} = \frac{V_{A1}}{v_{A1}} = 3,291639236 \text{ kg}$$

Realizamos exactamente el mismo procedimiento para el tanque B. Al ir a la tabla de saturación notamos que se encuentra en VSC, así que vamos a la tabla correspondiente y obtenemos estos valores:  $v_{B1} = 1,08034 \text{ m}^3/\text{kg}$ ;  $u_{B1} = 2654,39 \text{ kJ/kg}$ ;  $s_{B1} = 7,5066 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}$ . Calculemos la masa de agua dentro del tanque B.

$$v_{B1} = \frac{V_{B1}}{m_{B1}} \Rightarrow m_{B1} = \frac{V_{B1}}{v_{B1}} = 0,277690356 \text{ kg}$$

### Estado 2

Ahora definamos el estado 2 para el tanque A, que ha sufrido una expansión adiabática y **reversible** por ende, al aplicar la segunda ley sobre este tanque obtenemos que  $s_{A1} = s_{A2} = 6,9533 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}$  (la explicación a esto es la misma

que la del problema anterior). Vamos a la tabla de saturación y leemos que a 250 °C  $s_{A2} > s_g \therefore$  VSC, así que vamos a la tabla de vapor sobrecalentado e interpolamos para obtener:  $P_{A2} = 949,5606327$  kPa;  $v_{A2} = 0,24792782$  m<sup>3</sup>/kg y  $u_{A2} = 2711,312302$  kJ/kg. Calculemos la masa de agua en el tanque A.

$$v_{A2} = \frac{V_{A2}}{m_{A2}} \Rightarrow m_{A2} = \frac{V_{A2}}{v_{A2}} = 2,420059193 \text{ kg}; m_s = 0,871580043 \text{ kg}$$

Sabiendo la masa que salió de A, podemos saber la masa que hay en B y calcular el volumen específico en este estado.  $m_{B2} = 1,1492704$  kg.

$$v_{B2} = \frac{V_{B2}}{m_{B2}} = 0,261035175 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Nos dicen que la temperatura se mantiene constante, entonces podemos definir el estado termodinámico, al entrar por T, notamos que  $v_{B2} > v_g \therefore$  VSC; vamos a la tabla de vapor sobrecalentado y al interpolar obtenemos:  $T_{B2} = 200$  °C;  $P_{B2} = 799,4843784$  kPa;  $u_{B2} = 2630,631398$  kJ/kg y  $s_{B2} = 6,816188521$  kJ/K.kg. Realicemos un balance de energía de todo el sistema (tanque A + B) para obtener el calor intercambiado con el ambiente.

$$m_{A2}u_{A2} - m_{A1}u_{A1} + m_{B2}u_{B2} - m_{B1}u_{B1} = Q = -319,997378 \text{ kJ}$$

Con el calor transferido al ambiente ya podemos calcular la entropía generada por el proceso. Así que apliquemos la segunda ley:

$$\Delta S_{sis} = m_{A2}s_{A2} - m_{A1}s_{A1} + m_{B2}s_{B2} - m_{B1}s_{B1} = -0,311224231 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta S_{alr} = \frac{-Q}{T_{amb}} = 1,073276465 \text{ kJ/kg}$$

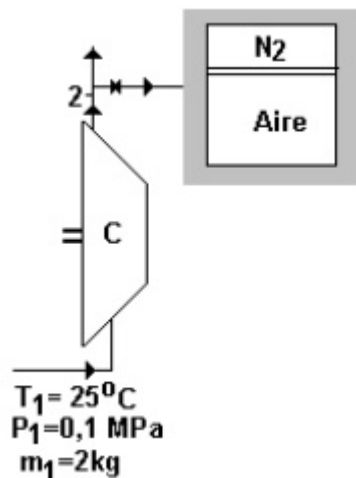
$$\Delta S_{univ} = \Delta S_{sis} + \Delta S_{alr} = 0,762052233 \text{ kJ/kg}$$

### 3.2. Segunda ley: Ciclos

1) Un tanque cilíndrico de paredes adiabáticas (ver figura) colocado verticalmente, posee dos compartimientos separados por un pistón sin rozamiento de 51 kg (área =  $0,1 \text{ m}^2$ ) inicialmente de  $0,04 \text{ m}^3$  cada uno. El compartimiento superior (A) contiene nitrógeno a una presión de 0,2 MPa y una temperatura igual a 100 K. El compartimiento inferior (B) contiene aire a una temperatura de  $200 \text{ }^\circ\text{C}$  y está conectado a una línea de aire (conexión inicialmente cerrada) con una presión de 2,05 MPa; resultado de un compresor adiabático de eficiencia isentrópica 0,8; el cual se alimenta de un flujo másico de aire de 2 kg a condiciones ambientales ( $25 \text{ }^\circ\text{C}$  y 0,1 MPa). Se abre la válvula permitiendo la entrada de aire al compartimiento B hasta que su presión se equilibre con la de la línea, en ese momento se cierra la válvula. Calcule:

- Temperatura del aire a la salida del compresor.
- Temperatura del nitrógeno en el estado final.
- Temperatura y masa del aire en el compartimiento B en su estado final.
- El cambio de entropía del universo.

**NOTA:** El aire se puede considerar gas ideal con  $C_p^\circ$  y  $C_v^\circ$  constantes. La aceleración de la gravedad es  $9,8 \text{ m/s}^2$ .



#### Estado 1

Lo primero que debemos de hacer es anotar los datos que necesitaremos del aire, donde  $R_{air} = 0,2870 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}$  y  $C_{p_{air}}^\circ = 1,0035 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}$ . Nos dan la eficiencia isentrópica de la turbina, sabemos que el flujo de entrada es igual al flujo de salida, así que la masa es constante. Calculemos la temperatura de la corriente de salida de la turbina si ésta fuese isentrópica (recordemos que la válvula en este caso no estrangula y por ende poseemos la presión de la corriente 2 también). Apliquemos la segunda ley para gases ideales cuando la entropía es constante.



$$s_{2s} - s_1 = C_{p_{air}}^{\circ} \ln \left( \frac{T_{2s}}{T_1} \right) - R \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right) \Leftrightarrow R \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right) = C_{p_{air}}^{\circ} \ln \left( \frac{T_{2s}}{T_1} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{T_{2s}}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{R}{C_{p_{air}}^{\circ}}} \Rightarrow T_{2s} = T_1 \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{R}{C_{p_{air}}^{\circ}}} = 707,2860798 \text{ K}$$

Con la fórmula de la eficiencia podemos calcular la temperatura real de la corriente 2, suponemos que el compresor es adiabático. Así que el trabajo (por unidad de kg) es igual a  $h_1 - h_2$ . Y aplicando la definición de gases ideales podemos obtener la temperatura:

$$\eta_c = \frac{h_1 - h_{2s}}{h_1 - h_2} = 0,8 = \frac{C_{p_{air}}^{\circ}(T_1 - T_{2s})}{C_{p_{air}}^{\circ}(T_1 - T_2)} \Rightarrow T_2 - T_1 = \frac{T_{2s} - T_1}{0,8}$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{T_{2s} - T_1}{0,8} = 809,5700998 \text{ K}$$

Definamos completamente el estado 1 para el compartimiento A, al ir a la tabla de saturación del nitrógeno notamos que  $P_{A1} < P_{sat} \therefore$  VSC, así que vamos a la tabla de vapor sobrecalentado e interpolamos para obtener:  $v_{A1} = 0,14252 \text{ m}^3/\text{kg}$ ;  $u_{A1} = 71,73 \text{ kJ/kg}$ ;  $s_{A1} = 5,4775 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}$ . Como tenemos el volumen específico y el volumen específico podemos calcular la masa de nitrógeno dentro del tanque:

$$v_{A1} = \frac{V_{A1}}{m_{A1}} \Rightarrow m_{A1} = \frac{V_{A1}}{v_{A1}} = 0,280662363 \text{ kg}$$

Para calcular la presión del aire en el estado 1 (tanque B) realizaremos un balance de fuerzas sobre el pistón, el cual se encuentra en equilibrio.

$$\sum F \equiv P_{B1}A_p = P_{A1}A_p + m_p g \Rightarrow P_{B1} = P_{A1} + \frac{m_p g}{A_p} = 205 \text{ kPa}$$

Utilicemos la ecuación de estado de los gases ideales para obtener el volumen específico del aire y luego con éste obtener la masa de aire en el tanque B en el estado 1.

$$P_{B1}v_{B1} = R_{air}T_{B1} \Rightarrow v_{B1} = \frac{R_{air}T_{B1}}{P_{B1}} = 0,66241 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$v_{B1} = \frac{V_{B1}}{m_{B1}} \Rightarrow m_{B1} = \frac{V_{B1}}{v_{B1}} = 0,060385561 \text{ kg}$$

## Estado 2

Para este estado, supondremos que el nitrógeno sufre una expansión adiabática **reversible** y por ende la entropía se mantiene constante en este compartimiento y  $s_{A1} = s_{A2}$ ; nos dicen que el aire llega a la misma presión que la línea de vapor, es decir  $P_{B2} = 2050$  kPa. Hagamos un balance de fuerzas sobre el pistón para obtener la presión del nitrógeno:

$$\sum F \equiv P_{B2}A_p = P_{A2}A_p + m_p g \Rightarrow P_{A2} = P_{B2} - \frac{m_p g}{A_p} = 2045 \text{ kPa}$$

Al ir a la tabla de saturación del nitrógeno notamos que se encuentra en VSC y debemos de realizar una doble interpolación para definir el estado termodinámico.

P [kPa]	T [K]	$v$ [ $m^3/kg$ ]	$u$ [kJ/kg]	$s$ [kJ/K·kg]
2045	200	0,02799585	140,4854	5,4926315
2045	180	0,02462995	124,2067	5,3709075

$$P_{A2} = 2045 \text{ kPa}; T_{A2} = 197,5138017 \text{ K}; v_{A2} = 0,027577435 \text{ m}^3/kg;$$

$$u_{A2} = 138,4381525 \text{ kJ/kg}; s_{A2} = 5,4775 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}$$

Conocemos el volumen físico total de todo el tanque y como poseemos la masa del nitrógeno (es constante) y su volumen específico podemos obtener su volumen físico y por ende el volumen físico que ocupa el aire en el estado 2.  $V_T = V_{A1} + V_{B1} = 0,08 \text{ m}^3$ .

$$v_{A2} = \frac{V_{A2}}{m_B} \Rightarrow V_{A2} = m_B v_{A2} = 0,007739948 \text{ m}^3$$

$$V_T = V_{A2} + V_{B2} \Rightarrow V_{B2} = V_T - V_{A2} = 0,072260051 \text{ m}^3$$

Con la ecuación de estado de los gases ideales obtendremos una relación entre la temperatura del aire y la masa de éste.

$$P_{A2}V_{A2} = m_{A2}R_{air}T_{A2} \Rightarrow m_{A2}T_{A2} = \frac{P_{A2}V_{A2}}{R_{air}} = 516,1432214 \text{ K} \cdot \text{kg} \equiv C_1$$

Hagamos un balance de energía sobre todo el tanque, recordemos que es adiabático y su volumen es constante, además, recordemos que para gases ideales:  $h = u + Pv = u + RT$ . Y que  $m_e = m_{B2} - m_{B1}$ ;  $Cv_{air}^o = 0,7165 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}$

$$m_A(u_{A2} - u_{A1}) + m_{B2}u_{B2} - m_{B1}u_{B1} = m_e h_e$$

$$\Leftrightarrow m_A(u_{A2} - u_{A1}) + m_{B2}u_{B2} - m_{B1}u_{B1} = m_{B2}u_e - m_{B1}u_e + m_{B2}R_{air}T_e - m_{B1}R_{air}T_e$$

$$\Leftrightarrow m_A(u_{A2} - u_{A1}) + m_{B1}(u_e - u_{B1}) + m_{B1}R_{air}T_e = m_{B2}R_{air}T_e + m_{B2}(u_e - u_{B2})$$

$$m_A(u_{A2} - u_{A1}) + m_{B1}Cv_{air}^{\circ}(T_e - T_{B1}) + m_{B1}R_{air}T_e = m_{B2}R_{air}T_e + m_{B2}Cv_{air}^{\circ}(T_e - T_{B2})$$

$$m_A(u_{A2} - u_{A1}) + m_{B1}Cv_{air}^{\circ}(T_e - T_{B1}) + m_{B1}R_{air}T_e + Cv_{air}^{\circ}C_1 = m_{B2}T_e(R_{air} + Cv_{air}^{\circ})$$

$$\Rightarrow m_{B2} = \frac{m_A(u_{A2} - u_{A1}) + m_{B1}Cv_{air}^{\circ}(T_e - T_{B1}) + m_{B1}R_{air}T_e + Cv_{air}^{\circ}C_1}{T_e Cp_{air}^{\circ}}$$

$$\Rightarrow m_{B2} = 0,513445728 \text{ kg}$$

Ahora podemos despejar la temperatura del aire en este estado de la ecuación que posee a la constante 1.

$$m_{A2}T_{A2} = C_1 \Rightarrow T_{A2} = \frac{C_1}{m_{A2}} = 1005,253706 \text{ K}$$

Ya teniendo la temperatura del estado 2 del aire y su masa podemos calcular la diferencia de entropía del universo, para ello aplicaremos la segunda ley de la termodinámica. Lo primero, será identificar todo nuestro sistema, el cual está comprendido por la corriente 1, el compresor, la corriente 2 y todo el tanque (nitrógeno y aire), entonces todo lo que no sea esto son los alrededores; es decir que entra masa de los alrededores y sale a los alrededores (viéndolo desde el punto de vista del sistema).

Al sistema, entran 2 kg de aire que vienen desde los alrededores, del sistema sale cierta masa de aire, que sería la masa que entra al sistema menos la diferencia entre la masa del aire del estado 2 con el 1. Los planteamientos serían así:

$$m_e = 2 \text{ kg}; m_s = m_e - (m_{B2} - m_{B1})$$

Ahora, la masa que entra al sistema, **sale** de los alrededores y la masa que sale del sistema **entra** a los alrededores (pero mantendremos la nomenclatura como si sólo se tratase del sistema); así que al aplicar la segunda ley para los alrededores (recordando que no se cede o absorbe calor en ningún lado) obtenemos lo siguiente:

$$\Delta S_{alr} = m_s s_s - m_e s_e = (m_e - (m_{B2} - m_{B1})) s_s - m_e s_e$$

$$\Rightarrow \Delta S_{alr} = m_e s_s - m_{B2} s_s + m_{B1} s_s - m_e s_e$$

Hicimos este reordenamiento para luego poder aplicar la diferencia de entropía para gases ideales y para esto es necesario que las masas sean iguales para sacar factor común. Planteemos ahora la diferencia de entropía del sistema:

$$\Delta S_{sis} = m_{B2}s_{B2} - m_{B1}s_{B1} + m_A(s_{A2} - s_{A1}) = m_{B2}s_{B2} - m_{B1}s_{B1}$$

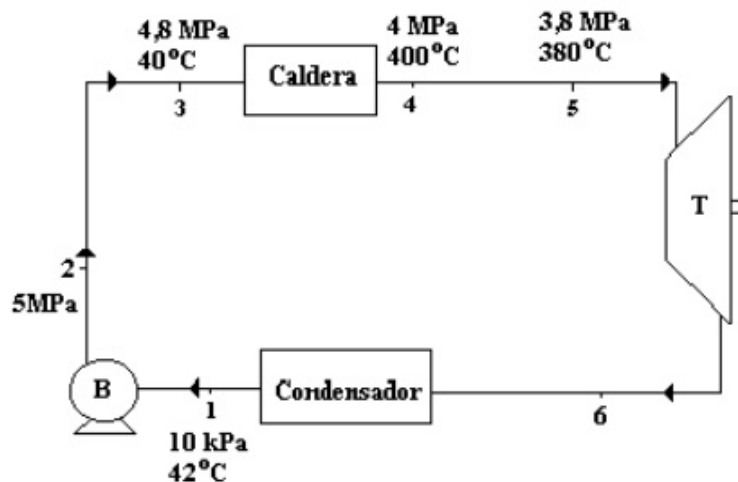
Utilicemos la definición de la segunda ley y manipulemos algebraicamente para poder calcularla.

$$\begin{aligned} \Delta S_{univ} &= \Delta S_{sis} + \Delta S_{alr} = m_{B2}s_{B2} - m_{B1}s_{B1} + m_e s_s - m_{B2}s_s + m_{B1}s_s - m_e s_e \\ &= m_e (s_s - s_e) + m_{B1} (s_s - s_{B1}) + m_{B2} (s_{B2} - s_s) \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m_e (s_s - s_e) = m_e \left( C_{p_{air}}^{\circ} \ln \left( \frac{T_s}{T_e} \right) - R_{air} \ln \left( \frac{P_s}{P_e} \right) \right) = 0,271081762 \text{ kJ/K} \\ m_{B1} (s_s - s_{B1}) = m_{B1} \left( C_{p_{air}}^{\circ} \ln \left( \frac{T_s}{T_{B1}} \right) - R_{air} \ln \left( \frac{P_s}{P_{B1}} \right) \right) = -0,00735926 \text{ kJ/K} \\ m_{B2} (s_{B2} - s_s) = m_{B2} \left( C_{p_{air}}^{\circ} \ln \left( \frac{T_{B2}}{T_s} \right) - R_{air} \ln \left( \frac{P_{B2}}{P_s} \right) \right) = 0,111545873 \text{ kJ/K} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \Delta S_{univ} = 0,3752683751 \text{ kJ/K}$$

2) Una planta de vapor de agua oper en un ciclo con las presiones y temperaturas indicadas en la figura. La eficiencia de la turbina es del 86 % y la eficiencia de la bomba es del 80 %. Determine la eficiencia térmica del ciclo.



Definamos la corriente 1 completamente, al ir a la tabla de saturación, notamos que  $T_1 < T_{sat} \therefore$  LC, pero no hay tablas de líquido comprimido para esa presión, entonces hacemos la aproximación  $s_1 \approx s_f = 0,59888 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}$  entrando por T

P [MPa]	T [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/K·kg]
3	380	3184.592	6.84974
4	380	3165.075	6.69414

= 42 °C; hacemos lo mismo para la entalpía:  $h_1 \approx h_f = 175,892$  kJ/K·kg.

Como poseemos la eficiencia isentrópica de la bomba, podemos definir la corriente 2s (entropía constante) y de allí obtener los datos necesarios para definir la corriente 2.  $s_{2s} = s_1$  y  $P_{2s} = 5$  MPa; al ir a la tabla de saturación notamos que  $s_{2s} < s_f \therefore$  LC, así que vamos a la tabla de líquido comprimido e interpolamos para obtener  $h_{2s} = 181,1198542$  kJ/kg. Calculemos  $h_2$ .

$$\eta_B = \frac{h_1 - h_{2s}}{h_1 - h_2} = 0,8 \Rightarrow h_1 - h_2 = \frac{h_1 - h_{2s}}{0,8} \Rightarrow h_{2s} = h_1 - \frac{h_1 - h_{2s}}{0,8}$$

$$\Rightarrow h_2 = 186,4268178 \text{ kJ/kg}$$

Suponemos que la presión de entrada y salida del compresor son iguales, así que  $P_6 = P_1 = 10$  kPa. Definamos la corriente 5 completamente, al ir a la tabla de saturación, notamos que se encuentra en VSC y debemos de realizar una doble interpolación.

$$\Rightarrow h_5 = 3168,9808 \text{ kJ/kg y } s_5 = 6,72526 \text{ kJ/K·kg}$$

Con la entropía obtenida de la corriente 5, podemos calcular la corriente 6s y luego definir completamente la corriente 6, así que  $s_5 = s_{6s}$ . Notamos que  $s_f < s_{6s} < s_g$ ; donde  $s_f = 0,6492$  kJ/K·kg y  $s_g = 8,1501$  kJ/K·kg;  $h_f = 191,81$  kJ/kg y  $h_g = 2584,6$  kJ/kg. Calculemos la calidad:

$$x_{6s} = \frac{s_{6s} - s_f}{s_g - s_f} = 0,810033328$$

$$\Rightarrow h_{6s} = (1 - x_{6s})h_f + x_{6s}h_g = 2130,07395 \text{ kJ/kg}$$

Con la eficiencia de la turbina podemos calcular  $h_6$ .

$$\eta_T = \frac{h_5 - h_6}{h_5 - h_{6s}} = 0,86 \Rightarrow h_5 - h_6 = 0,86(h_5 - h_{6s}) \Rightarrow h_6 = h_5 - 0,86(h_5 - h_{6s})$$

$$\Rightarrow h_6 = 2275,520909 \text{ kJ/kg}$$

Como lo que nos piden del ciclo es su eficiencia térmica (es una máquina térmica), sólo nos interesa el calor absorbido neto y el trabajo neto realizado, calculemos el calor por unidad de masa que absorbe la caldera, así como el trabajo por unidad de masa realizado por la turbina y el consumido por la bomba. Aplicando la primera ley (y definiendo las corrientes 4 y 3 que una se encuentra en LC y la otra en VSC, por lo que se debe interpolar) a la caldera obtenemos:

$$h_3 = 167,088 \text{ kJ/kg y } h_4 = 3213,51 \text{ kJ/kg}$$

$$h_4 - h_3 = q_{cal} = 3046,422 \text{ kJ/kg}$$

Se aplica la primera ley a la bomba y obtenemos:

$$h_2 - h_1 = -w_B \Rightarrow w_B = -10,5348178 \text{ kJ/kg}$$

Realizamos el mismo procedimiento para la turbina y calculamos el trabajo neto del ciclo:

$$h_6 - h_5 = -w_T \Rightarrow w_T = 893,459891 \text{ kJ/kg}$$

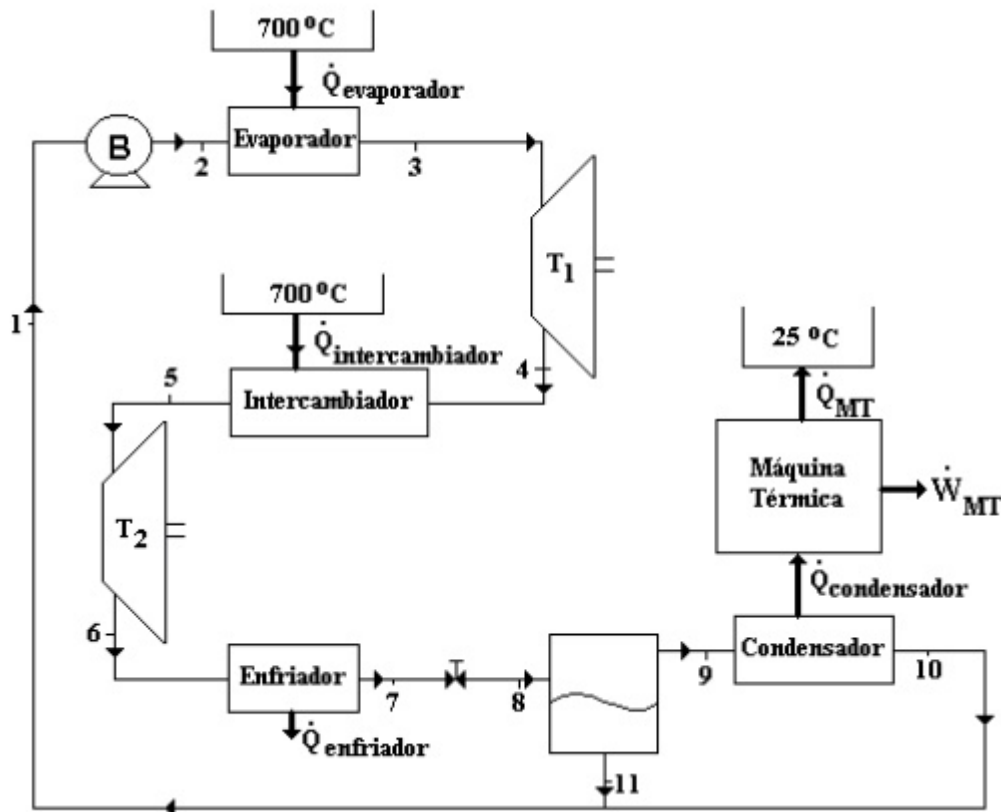
$$\Rightarrow w_N = w_T + w_B = 882,9250732 \text{ kJ/kg}$$

Finalmente aplicamos la fórmula de eficiencia térmica con los datos calculados:

$$\eta_{ciclo} = \frac{w_N}{q_{cal}} = 0,289822201$$

3) Determine para el proceso mostrado en la figura, que utiliza agua como fluido de trabajo, la eficiencia del **proceso** y el cambio de entropía del universo por unidad de masa, si la  $\eta_{T1} = \eta_{T2} = 0,8$ ;  $\eta_B = 0,6$ ;  $\eta_{MT} = 0,9\eta_{rev}$  y adicionalmente:

Corriente	Propiedad termodinámica
1	P = 0,2 MPa
3	P = 5 MPa; T = 600 °C
4	P = 1 MPa
5	T = 600 °C
6	P = 0,3 MPa
7	x = 0,5
10	x = 0



Realizaremos algunas suposiciones para obtener más propiedades termodinámicas de las corrientes; en el evaporador podemos suponer que las presiones de entrada y salida son iguales, así que  $P_2 = P_3 = 5000$  kPa; en el intercambiador de calor también suponer que las presiones son iguales, es decir  $P_4 = P_5 = 1000$  kPa; en el enfriador, suponemos que no realiza trabajo (o potencia) y que las presiones son iguales, por ende  $P_6 = P_7 = 300$  kPa; para la válvula, suponemos que ésta tiene un comportamiento ideal (sólo estrangula) y por ende es isoentálpica y  $h_7 = h_8$ ; en el flash lo suponemos adiabático y que las presiones son iguales, de modo que  $P_8 = P_9 = P_{11} = 200$  kPa; y que  $h_9 = h_g$ ;  $h_{11} = h_f$ ; para el condensador, suponemos que las presiones son iguales, así que  $P_9 = P_{10} = 200$  kPa; finalmente, suponemos que el mezclador es adiabático y no hay caída de presión en las tuberías así que  $P_{11} = P_{10} = P_1 = 200$  kPa.

Definamos la corriente 3, al ir a la tabla de saturación notamos que  $T_3 > T_{\text{sat}} \therefore$  VSC, así que interpolamos para obtener  $h_3 = 3666,47$  kJ/kg;  $s_3 = 7,2588$  kJ/K·kg. Para definir la corriente 4s (entropía constante), vamos a la tabla de saturación y notamos que  $s_{4s} > s_g \therefore$  VSC; interpolamos y obtenemos  $h_{4s} = 3132,42$  kJ/kg. Aplicamos la definición de eficiencia para la turbina 1 (suponiendo que es adiabática) y obtenemos:

$$\eta_{T1} = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4s}} = 0,8 \Rightarrow h_3 - h_4 = 0,8(h_3 - h_{4s}) \Rightarrow h_4 = h_3 - 0,8(h_3 - h_{4s})$$

$$\Rightarrow h_4 = 3239,23 \text{ kJ/kg}$$

Debemos de definir la corriente 5, al ir a la tabla de saturación notamos que  $T_5 > T_{sat} \therefore$  VSC y por ende debemos de interpolar para obtener:  $h_5 = 3697,85 \text{ kJ/kg}$ ;  $s_5 = 8,0289 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}$ . Realicemos un balance de energía en el intercambiador de calor para obtener el calor absorbido.

$$h_5 - h_4 = q_{inter} = 458,62 \text{ kJ/kg}$$

Para la turbina 2 tenemos su eficiencia isentrópica, así que con la entropía  $s_{6s} = s_5$  y la presión podemos definir la corriente 6s y luego la corriente 6. Al ir a la tabla de saturación notamos que  $s_{6s} > s_g \therefore$  VSC; así que interpolamos de la tabla de vapor sobrecalentado donde obtenemos  $h_{6s} = 3272,4919 \text{ kJ/kg}$ . Obtengamos  $h_6$ .

$$\eta_{T2} = \frac{h_6 - h_5}{h_{6s} - h_5} = 0,8 \Rightarrow h_6 - h_5 = 0,8(h_{6s} - h_5)$$

$$\Rightarrow h_6 = h_5 + 0,8(h_{6s} - h_5) = 3357,563552 \text{ kJ/kg}$$

Para la corriente 7 nos dan la calidad (entonces está en MLV) y poseemos la presión, así que vamos a la tabla de saturación de donde obtenemos:  $h_f = 561,45 \text{ kJ/kg}$  y  $h_g = 2725,3 \text{ kJ/kg}$ .

$$h_7 = (1 - x_7)h_f + x_7h_g = 1643,375 \text{ kJ/kg} = h_8$$

Con los datos que tenemos de la corriente 8 la podemos definir, al ir a la tabla de saturación (entrando por P), notamos que  $h_f < h_8 < h_g \therefore$  MLV, donde  $h_f = 504,68 \text{ kJ/kg}$  y  $h_g = 2706,63 \text{ kJ/kg}$ . Al ir al flash sabemos que  $h_9 = h_g = 2706,63 \text{ kJ/kg}$  y  $h_{11} = h_f = 504,68 \text{ kJ/kg}$ ; ya que  $P_{10} = P_9$  y  $x_{10} = 0$  tenemos que  $h_{10} = h_f = h_f = 504,68 \text{ kJ/kg}$ . Realicemos un balance de energía en el condensador para obtener el calor liberado.

$$h_{10} - h_9 = q_{cond} = -2201,95 \text{ kJ/kg}$$

Con la formula de eficiencia para una máquina reversible podemos calcular el trabajo neto y luego el calor liberado por la máquina térmica. La temperatura alta es la de la corriente que pasa por el condensador ( $120,23 \text{ }^\circ\text{C}$ )

$$\eta_{rev} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 0,242081448 \Rightarrow \eta_{MT} = 0,217873303$$

$$\eta = \frac{w_N}{q_H} \Rightarrow w_N = q_H \eta = 479,7461195 \text{ kJ/kg}$$



Ahora, hacemos un balance de energía sobre la la máquina térmica para obtener el calor libera por ésta:

$$w_N = -q_{cond} + q_{MT} \Rightarrow q_{MT} = w_N + q_{cond} = -1722,203881 \text{ kJ/kg}$$

Ahora, debemos de obtener la entalpía de la corriente 1, al realizar un balance de energía y de masas (el flujo másico  $11 + 10$  es igual al 1) y al ser  $h_{11} = h_{10}$ ; necesariamente la entalpía en la corriente 1 tiene que cumplir:  $h_1 = h_{11} = h_{10} = 504,68$  y por ende  $s_1 = s_f = 1,53 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}$  (recordemos que posee la misma presión y esa  $h$  corresponde a LS). Con dicha entropía y la eficiencia isentrópica de la bomba, podemos calcular la entalpía de la corriente 2s y luego de la corriente 2. Al ir a la tabla de saturación del agua notamos que  $s_{2s} = s_1 < s_f \therefore$  LC; así que vamos a la tabla de líquido comprimido e interpolamos para obtener:  $h_{2s} = 509,811 \text{ kJ/kg}$ ; calculemos  $h_2$ .

$$\eta_B = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} = 0,6 \Rightarrow h_2 - h_1 = \frac{h_{2s} - h_1}{0,6}$$

$$\Rightarrow h_2 = h_1 + \frac{h_{2s} - h_1}{0,6} = 513,231667 \text{ kJ/kg}$$

Con todos estos datos, calculemos el trabajo realizado por la bomba y las dos turbinas:

$$w_B = h_1 - h_2 = -8,55166067 \text{ kJ/kg}; w_{T1} = h_3 - h_4 = 427,24 \text{ kJ/kg}$$

$$w_{T2} = h_5 - h_6 = 340,2864 \text{ kJ/kg}$$

Por último, calculemos el calor absorbido por el evaporador, ya con esos datos podremos calcular todo lo que nos piden en este problema.

$$q_{evap} = h_3 - h_2 = 3153,23833 \text{ kJ/kg}$$

Calculemos la eficiencia del ciclo (trabaja como una máquina térmica) así que sólo nos interesa el calor absorbido por los equipos del ciclo y el trabajo neto realizado:

$$\eta_{ciclo} = \frac{w_{T1} + w_{T2} + w_B + w_N}{q_{evap} + q_{inter}} = 0,342959438$$

Para calcular la diferencia de entropía del universo, sabemos que un ciclo no genera  $\Delta S$ , así que sólo tenemos la generada por los alrededores; el intercambiador y el evaporador absorben calor de una fuente a  $T_a = 973,15 \text{ K}$ ; el enfriador y la máquina térmica liberan calor al medio ambiente a  $T_b = 298,15 \text{ K}$ . Así que aplicando la segunda ley obtenemos lo siguiente:

$$\Delta S_{univ} = \frac{-q_{evap}}{T_a} + \frac{-q_{inter}}{T_a} + \frac{-q_{enfriador}}{T_b} + \frac{-q_{MT}}{T_b} = 7,81420429 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}$$

### 3.3. Recomendaciones para este parcial

Para este parcial se introduce la segunda ley de la termodinámica y nuevos conceptos con la entropía (que probablemente sea el concepto más difícil de este curso), así que es recomendable aprender las fórmulas de las eficiencias y entender los tipos de máquinas que existen y cómo es su funcionamiento/comportamiento; ya que éstos son vitales para la resolución de casi todos los problemas de esta parte del curso.

La aplicación de la segunda ley puede hacerse de forma metódica, para un sistema cerrado (o abierto) siempre será la entropía final por la masa final menos la masa inicial por la entropía final; la verdadera variante son los alrededores y entender que el análisis que se realiza es **inverso** al del sistema; es decir, lo que entra al sistema, sale de los alrededores y lo que sale del sistema entra a los alrededores; por ende se debe de tomar en cuenta para el análisis de la diferencia de entropía de los alrededores; esto también aplica para el calor.

Además de lo ya mencionado, es necesario leer meticulosamente los enunciados de los problemas, ya que si algo se hace lentamente (o rápido) puede implicar una suposición que nos ayude a resolver el ejercicio y probablemente haya que aplicar la segunda ley para obtener algún valor con dicha suposición (hay varios ejemplos de esto en los problemas realizados en este problemario).

Otra novedad es que ahora se pueden realizar tanteos con temperatura (antes no se solía hacer) para resolver las preguntas de algunos problemas, el procedimiento para deducir el algoritmo en estos caso es similar al realizado en los tanteos de los 2 parciales anteriores. En este contenido se inicia a trabajar con el concepto de la eficiencia de las turbinas, compresores y bombas; es algo que se debe de tener muy claro puesto que ayuda a definir corrientes o realizar suposiciones; por ejemplo: **casi** siempre cuando no nos dan eficiencia de una turbina, compresor o bomba, se puede suponer que ésta es 1; algo que nos facilita muchísimo la resolución del ejercicio. Termodinámica I es una materia acumulativa y lineal, es decir que se utilizan todos los conceptos aprendidos desde el primer parcial para estos problemas.

El objetivo de este documento es facilitar el estudio de una materia compleja como Termodinámica I, **no** es una guía teórica ni posee todos los conceptos necesarios para resolver los problemas aquí plasmados; por lo que se debe complementar el estudio de la materia con los libros o resúmenes teóricos correspondientes para tener un buen desenvolvimiento en la asignatura.

Desde la JD-CEIQ sabemos lo importante que es comprender detalladamente esta materia, que es fundamental para los ingenieros químicos, materialistas, mecánicos y productistas; así que el conglomerado de ejercicios son algunos de los más completos de la materia. Algo fundamental de Termo I, es que la clave está en los análisis realizados y que muchas veces los resultados numéricos no coincidan pese a haber realizado el mismo procedimiento (es probable que les suceda con uno que otro ejercicio del documento); así que primero hay que enfocarse en resolver analíticamente un problema antes de comenzar a realizar cálculos.

Espero que este problemario sea útil para todos aquellos que lo lean y le puedan dar un buen uso para aprender lo mejor posible Termodinámica I. Se despide:

**Osmar Betancourt**  
**Presidente JD-CEIQ 19'-20'**



Twitter: @CEIUSB  
Instagram: @CEIUSB